

Czyniąc teraz hokus-pokus, otrzymujemy tożsamość

$$\sum_{k=1}^n \binom{n}{k} (-1)^{k+1} \sum_{j=1}^k \frac{1}{j} = \frac{1}{n} \quad (n \in \mathbb{N})$$

(szczegóły pozostawiam Czytelnikowi).

Czytelnik może też sprawdzić, że z (5) można wyczarować tożsamość

$$\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^k \frac{1}{j} = (n+1) \sum_{j=2}^{n+1} \frac{1}{j} \quad (n \in \mathbb{N}).$$

Np. dla $n = 4$ zachodzi równość

$$1 + \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) = 5 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right).$$

Takich zastosowań funkcji h (bo czymże jest h , jak nie funkcją?) jak te powyższe można wskazać jeszcze wiele.



Zadania

Redaguje dr Rafał SZTENCEL

M 496. Udowodnić, że prostopadłościenny ser szwajcarski można rozciąć na wielościany wypukłe w taki sposób, by w każdym z nich znalazła się dokładnie jedna dziura (dziury są kuliste).

Rozwiązanie na str. 10

M 497. Niech $x > 0$ będzie liczbą niewymierną. Udowodnić, że między każdą parą kolejnych liczb naturalnych znajduje się dokładnie jeden wyraz jednego z ciągów

$$1+x, \quad 2(1+x), \quad 3(1+x), \dots$$

$$1+\frac{1}{x}, \quad 2\left(1+\frac{1}{x}\right), \quad 3\left(1+\frac{1}{x}\right), \dots$$

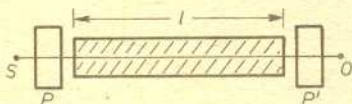
Rozwiązanie na str. 14

M 498. Na nieskończonej szachownicy ustawiono pionki w taki sposób, że każdy ma co najmniej pięciu sąsiadów (przyjmujemy, że każde pole ma osiem pól sąsiednich). Udowodnić, że pionków jest nieskończenie wiele.

(Włodzimierz Smoleński)

Rozwiązanie na str. 10

Redaguje dr Rafał STAROŃSKI



F 238. Między dwa polaryzatory P i P' (patrz rysunek), których osie (kierunki polaryzacji światła przepuszczanego przez przyzmaty) tworzą kąt 45° , wstawiona jest rurka o długości $l = 0,5$ m wypełniona dwusiarczkiem węgla CS_2 . Zewnętrzne pole magnetyczne o indukcji B skierowane jest równoległe do osi rurki. Jakie powinny być zwrot i wartość wektora B , aby jak największy strumień światła docierał z punktu S do punktu O ? Co się stanie, gdy zamienimy położenia źródła światła S i punktu obserwacji O bez zmiany pozostałych elementów układu? Stała opisująca zależność kąta skręcenia płaszczyzny polaryzacji światła w CS_2 od długości drogi światła i natężenia pola magnetycznego (stała Verdet) wynosi $V = 42' \cdot 10^3 \text{ T}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$.

Rozwiązanie na str. 17

F 239. Jądro atomu wodoru (proton) i jądro atomu deuteru przyciągają elektron z taką samą siłą. Czy widma obu atomów będą takie same?

Rozwiązanie na str. 14