$$f_{n+2}(y_1, y_2, \ldots, y_{n+2}) = f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)+1 < \frac{n+2}{2}.$$

Ponieważ wskazaliśmy kontrprzykład dla $n = 14$, więc na podstawie powyższej uwagi, dla dowolnego parzystego $n > 14$ nierówność (4) jest fałszywa.

II. Dla losowo wybranych n dodatnich liczb rzeczywistych prawdopodobieństwo tego, że nierówność (4) jest prawdziwa, wynosi co najmniej $\frac{1}{2}$.

Jest to konsekwencja następującej nierówności

$$f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)+f_n(x_n, x_{n-1}, \ldots, x_1) \geqslant n.$$

Oto jej dowód. Jeżeli $A_k = x_k+x_{k+1}$, $(x_{k+n} = x_k)$, $k = 1, 2, \ldots, n$, to wtedy

$$f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)+f_n(x_n, x_{n-1}, \ldots, x_1) = \sum_{k=1}^{n} \frac{x_k+x_{k+3}}{A_{k+1}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{A_k-A_{k+1}+A_{k+2}}{A_{k+1}} =$$

$$= -n+\sum_{k=1}^{n} \frac{A_k}{A_{k+1}}+\sum_{k=1}^{n} \frac{A_{k+2}}{A_{k+1}} \geqslant n,$$

ponieważ

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{A_k}{A_{k+1}} \geqslant n, \qquad \sum_{k=1}^{n} \frac{A_{k+2}}{A_{k+1}} \geqslant n$$

na podstawie twierdzenia 1.

III. Dla nieujemnych liczb rzeczywistych $x_1, x_2, \ldots, x_n$ $(n \geqslant 3)$, takich, że $x_i+x_{i+1} > 0$, $(x_{n+1} = x_1,\ i = 1, 2, \ldots, n)$ prawdziwa jest nierówność

$$1 < \frac{x_1}{x_1+x_2}+\frac{x_2}{x_2+x_3}+\ldots+\frac{x_{n-1}}{x_{n-1}+x_n}+\frac{x_n}{x_n+x_1} < n-1.$$

Czytelnika zainteresowanego tą problematyką odsyłamy do prac oryginalnych, których bibliografię można znaleźć w monografii Dragoslava S. Mitrinovicia *Analytic Inequalities.*

Zadania

Redaguje dr Rafał SZTENCEL

M 484. Dany jest trójkąt ABC. Znaleźć taki punkt X na boku AB i taki punkt Y na boku AC, żeby $AX = XY = YC$.
Rozwiązanie na str. 11

M 485. W pudełku I znajduje się n ponumerowanych kul. Pudełko II jest puste. Postępujemy w następujący sposób: losujemy numer kuli i kulę o tym numerze przekładamy z pudełka do pudełka. Znaleźć średnią różnicę liczby kul w pudełku I i II po m przełożeniach.
Rozwiązanie na str. 10

M 486. Ile zer ma na końcu liczba $9^{999}+1$ w zapisie dziesiętnym?
Rozwiązanie na str. 10

Redaguje dr Rafał STAROŃSKI

F 230. Zakładając, że podczas wybuchu bomby atomowej wykonanej z $M = 1$ kg plutonu ^{242}Pu z każdego atomu plutonu powstaje jedna długożyciowa cząstka radioaktywna, ocenić liczbę takich cząstek w objętości $V = 1\ dm^3$ powietrza przy powierzchni Ziemi. Przyjąć, że wiatr powoduje równomierne rozprzestrzenienie w całej atmosferze Ziemi radioaktywnych produktów wybuchu. Promień Ziemi jest równy $R = 6 \cdot 10^6$ m.
Rozwiązanie na str. 11

F 231. W pojemniku o objętości 1 l znajduje się 1 g trytu (izotop wodoru o masie atomowej 3) o temperaturze 27°C. W ciągu 12 lat połowa jąder trytu przejdzie w jądra helu. Jakie ciśnienie będzie panowało w zbiorniku po upływie tego czasu?
Rozwiązanie na str. 11