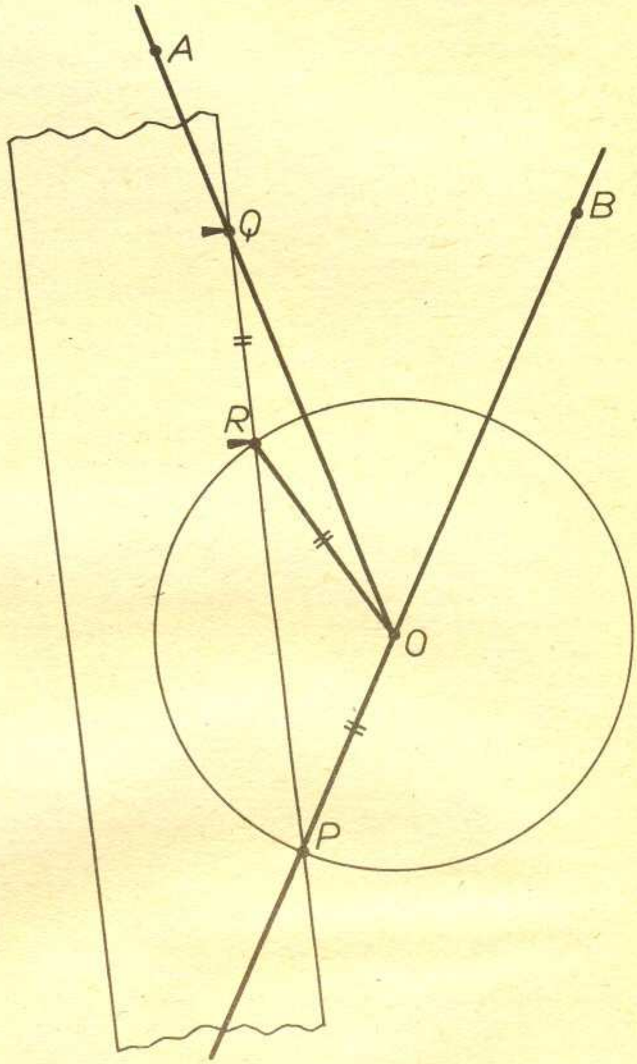
mała delta

Konchoidograf

Jak wiadomo, na ogół nie można podzielić kąta na trzy równe części za pomocą cyrkla i linijki. Na ogół, bo są kąty dające się tak podzielić — choćby kąt 90°. Ale dających się podzielić kątów jest znacznie mniej od pozostałych.



Jeśli jednak na linijce mamy wyróżnione jakieś dwa punkty (a więc np. gdy korzystamy z linijki z podziałką), rzecz da się zrobić. Mianowicie tak:

rysujemy okrąg o środku w wierzchołku kąta AOB (tego, który chcemy podzielić) i o promieniu równym odległości wyróżnionych punktów na linijce.
przedłużamy ramię OB poza punkt O aż do przecięcia z okręgiem (punkt P),
przykładamy linijkę do punktu P tak, by jeden z wyróżnionych punktów znalazł się na ramieniu OA, a drugi na okręgu (punkty Q i R).

Kąt ROQ jest równy trzeciej części kąta AOB. Zauważmy bowiem, że $\Delta\ POR$ i $\Delta\ ORQ$ są równoramienne. Stąd

$$\sphericalangle OPR = \sphericalangle ORP \quad \text{i} \quad \sphericalangle ROQ = \sphericalangle RQO.$$

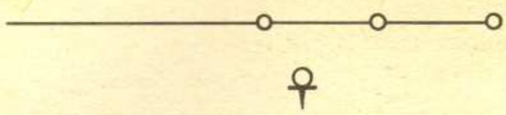
Z twierdzenia o kącie zewnętrznym dla $\Delta\ POR$ i $\Delta\ POQ$ mamy

$$\sphericalangle ORP = \sphericalangle ROQ + \sphericalangle RQO \quad \text{i}$$
$$\sphericalangle QOB = \sphericalangle PQO + \sphericalangle OPQ.$$

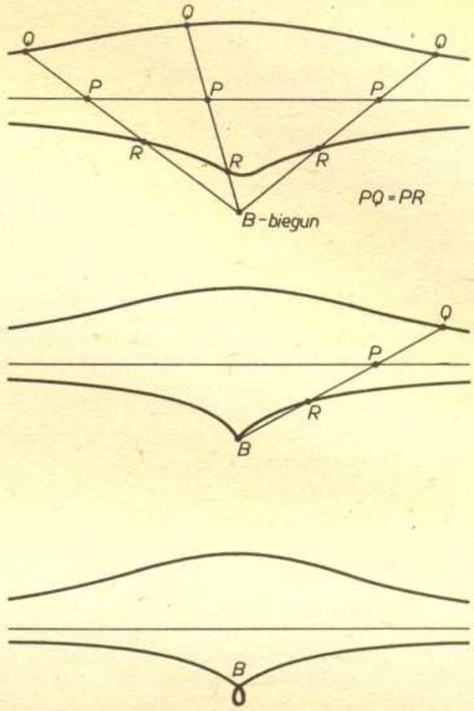
Łącznie więc

$$\sphericalangle AOB = \sphericalangle QOB = \sphericalangle RQO + \sphericalangle ORP = 3\sphericalangle ROQ.$$

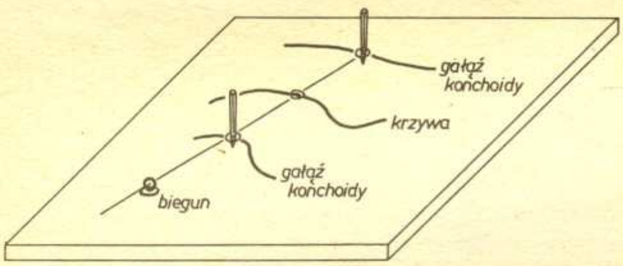
Ten sposób rozwiązania trysekcji kąta był ponoć znany już Archimedesowi. Starożytni używali nawet specjalnego przyrządu do wykonywania podobnych konstrukcji i badali, jakie figury można nim narysować. Z pewnych względów była to linijka z trzema punktami (środkowy był środkiem pozostałych) — jak jednak każdy z Czytelników łatwo sprawdzi, nie wnosi to nic nowego: każdą figurę narysowaną takim przyrządem da się narysować także takim z dwoma punktami.



Widoczny na rysunku przyrząd można samemu wykonać z drutu. Dodatkowy element to pinezka z uszkiem, przez które może się swobodnie przesuwać drut. Używa się konchoidografu tak: w pierwsze i trzecie oczko wtykamy pisaki (można tylko w jedno z nich). W jakimś miejscu stołu (dykty leżącej na stole) wpinamy pinezkę. W jej uszko wkładamy drut. Jeśli teraz środkowym oczkiem wodzimy po jakiejś krzywej, to pisaki rysują nam konchoidę tej krzywej o biegunie w punkcie wbicia pinezki.

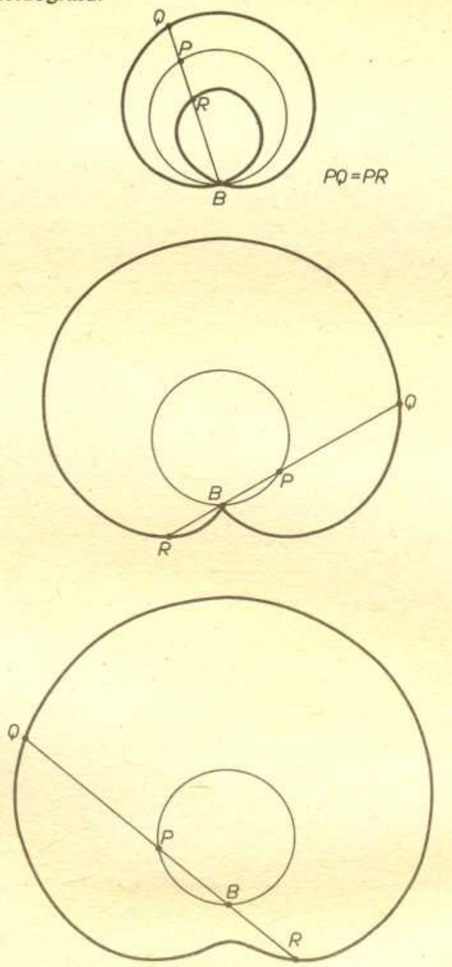


Konchoidy Nikomedesa dla różnych wartości stosunku odległości bieguna od prostej do odległości oczek konchoidografu.



Dlaczego zdecydowano się na nazwę „muszla" (koncha) dla tak otrzymanych krzywych — trudno powiedzieć. Konchoidy okazały się jednak bardzo ciekawymi krzywymi. Najbardziej znane są konchoidy prostej (konchoida Nikomedesa) i okręgu, gdy biegun leży na nim (ślimak Pascala).

Konchoida jest zbiorem punktów, które leżą o stałą odległość bliżej lub dalej od bieguna niż punkty krzywej. Dla małych odległości bieguna od krzywej mogą wystąpić techniczne trudności w używaniu naszego przyrządu (jakie?). Zawsze jednak da się jakoś je ominąć i rysować konchoidy różnych krzywych, a także badać ich własności.



Ślimaki Pascala dla różnej odległości oczek konchoidografu. Środkowa (gdzie odległość ta jest równa średnicy okręgu) to kardioida (podobno przypomina serce). Ciekawe, że można ją otrzymać również zupełnie inaczej — jako tor punktu leżącego na okręgu o promieniu równym promieniowi okręgu danego i toczącego się po danym okręgu.

Małą Deltę przygotował Marek KORDOS