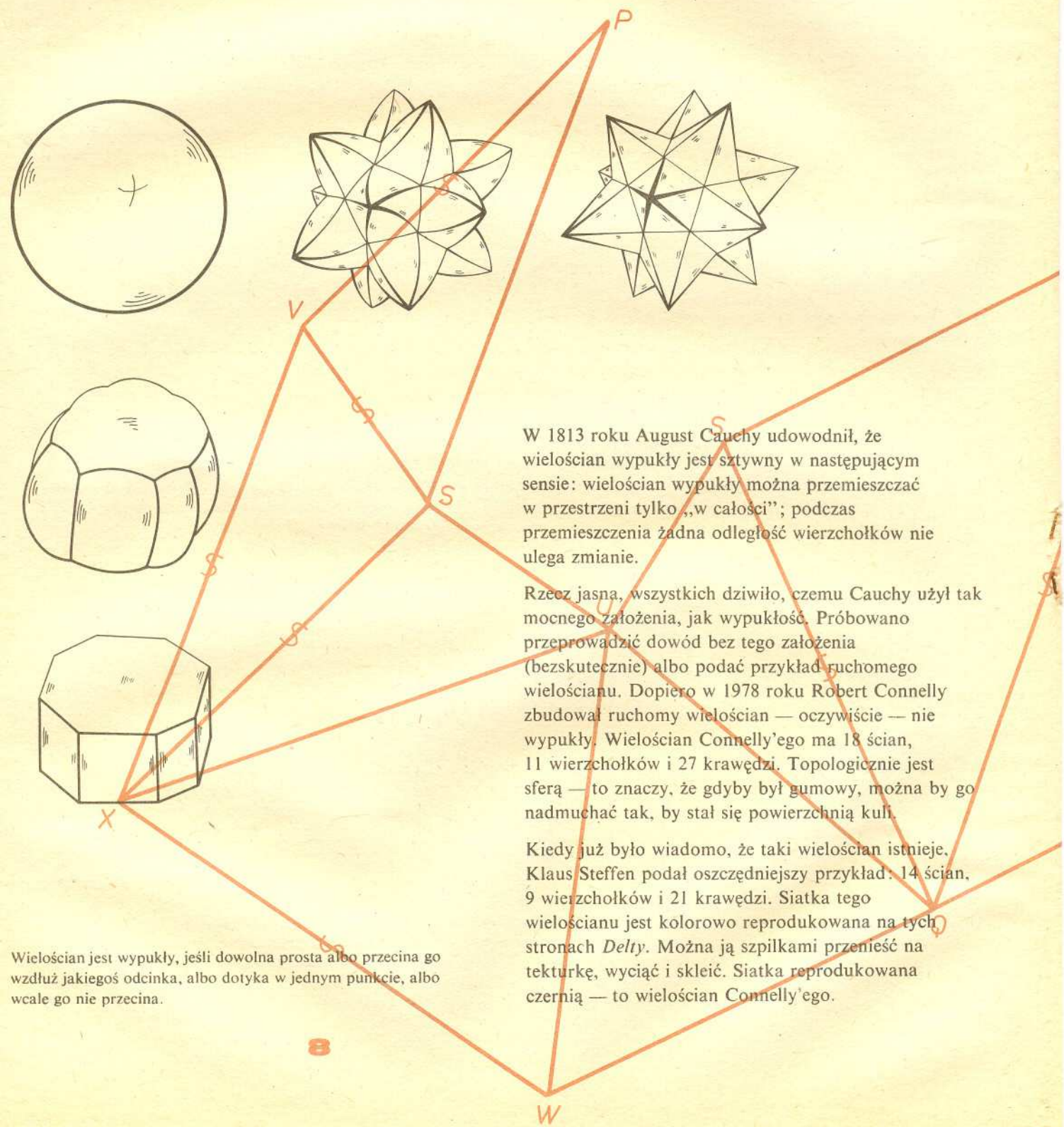


# 5 mata delta

## Ruchome wielościany

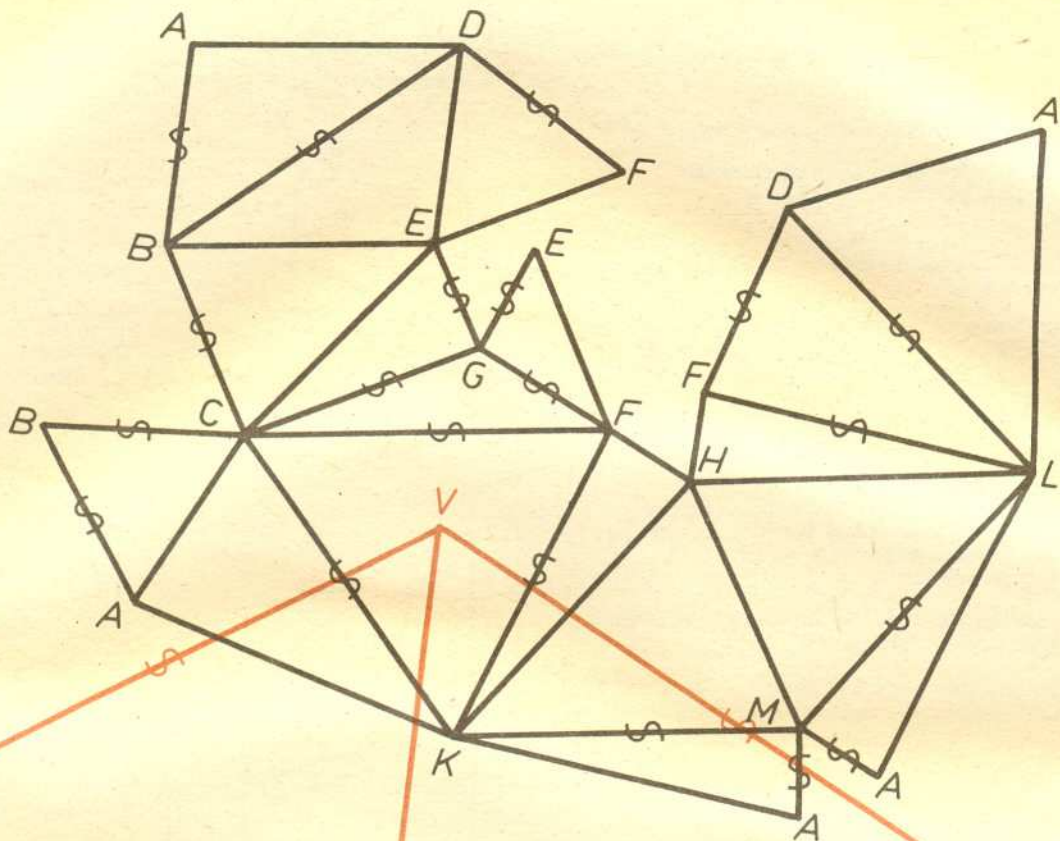


W 1813 roku August Cauchy udowodnił, że wielościan wypukły jest sztywny w następującym sensie: wielościan wypukły można przemieszczać w przestrzeni tylko „w całości”; podczas przemieszczenia żadna odległość wierzchołków nie ulega zmianie.

Rzecz jasna, wszystkich dziwiło, czemu Cauchy użył tak mocnego założenia, jak wypukłość. Próbowano przeprowadzić dowód bez tego założenia (bezsukcesywnie) albo podać przykład ruchomego wielościanu. Dopiero w 1978 roku Robert Connelly zbudował ruchomy wielościan — oczywiście — nie wypukły. Wielościan Connelly'ego ma 18 ścian, 11 wierzchołków i 27 krawędzi. Topologicznie jest sferą — to znaczy, że gdyby był gumowy, można by go nadmuchać tak, by stał się powierzchnią kuli.

Kiedy już było wiadomo, że taki wielościan istnieje, Klaus Steffen podał oszczędniejszy przykład: 14 ścian, 9 wierzchołków i 21 krawędzi. Siatka tego wielościanu jest kolorowo reprodukowana na tych stronach *Delta*. Można ją szpilkami przenieść na tekturkę, wyciąć i skleić. Siatka reprodukowana czernią — to wielościan Connelly'ego.

Wielościan jest wypukły, jeśli dowolna prosta albo przecina go wzdłuż jakiegoś odcinka, albo dotyka w jednym punkcie, albo wcale go nie przecina.



Można, oczywiście, samemu narysować obie siatki w takich rozmiarach, jakie będą wygodne (np. dostosowane do wymiarów posiadanej tekturki). Oto wymiary:

Connelly

$$\begin{aligned}
 AB &= AC = BC = DE = DF = EF = 9a, \\
 AD &= BE = CE = HM = 12a \\
 AK &= AL = FK = FL = HK = HL = KM = LM = 15a, \\
 AM &= FH = 4a, \\
 BD &= CF = CK = DL = 16a, \\
 CG &= 11a, \\
 EG &= 5a, \\
 FG &= 7a.
 \end{aligned}$$

Steffen

$$\begin{aligned}
 PQ &= 17b, \\
 PR &= QR = PS = QS = TX = UX = VX = WX = 12b, \\
 RT &= SU = RW = SV = 5b, \\
 PT &= QU = PV = QW = RX = SX = 10b, \\
 TV &= UW = 11b.
 \end{aligned}$$

Na naszych rysunkach  $a = 3 \text{ mm}$ ,  $b = 8 \text{ mm}$ .

Krawędzie przekreślone odpowiadają kątom dwuściennym wypukłym (są „ostrzem” na zewnątrz), a pozostałe wklęsłym.

Można wykonać także krawędziowy model takiego wielościanu. Ponieważ wszystkie ściany są trójkątami, więc ruchomość modelu krawędziowego odpowiada ruchomości modelu ze ścianami. Oczywiście, gdy ściany nie są trójkątami, model krawędziowy może być ruchomy, choć model ze ścianami byłby nieruchomy — np. sześcian.

Krawędziowy model ruchomego wielościanu pozwoli zobaczyć lepiej, dlaczego możliwy jest ruch — w następnym numerze *Delta* zamieścimy na ten temat obszerniejszy artykuł.

Tymczasem życzymy dobrej zabawy.

*Małą Deltę* przygotowali: Jerzy BEDNARCZUK  
i Marek KORDOS