

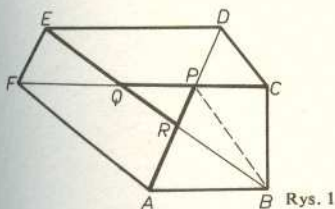
Czołówka listy zadaniowej "Klub 44 M"

po uwzględnieniu ocen rozwiązań  
zadań 125 /WT=2,94/ i 126 /WT=2,32/  
z numeru 2/1986

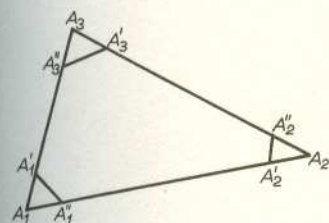
|                               |          |
|-------------------------------|----------|
| Piotr Jędrzejewicz - Toruń    | 48,99pkt |
| Dariusz Sowidrzkał - Szczecin | 44,46pkt |
| Marian Roman - Elk            | 43,09pkt |
| Andrzej Sudoł - Nowy Sącz     | 42,56pkt |
| Kazimierz Serbin - Sanok      | 42,54pkt |
| Marek Prauza - Poraj          | 41,30pkt |
| Tomasz Rawlik - Gliwice       | 41,03pkt |

Pan Jędrzejewicz to numer 42 w Klubie 44.

Pan Sowidrzkał - już po raz trzeci  
/i jest szóstym Weteranem Klubu 44/.



Rys. 1



Rys. 2

133. Dać przykład wielościanu wypukłego o następujących własnościach:  
a) wszystkie krawędzie mają równe długości oraz są styczne do pewnej sfery;  
b) nie istnieje sfera opisana na tym wielościanie.  
Rozwiązanie będzie uważane za tym lepsze, im mniej krawędzi będzie miał wielościan.

134. Rozwiązać równanie

$$x = 5 + (5 + (5 + \dots + (5 + (5 + x^{-1})^{-1})^{-1} \dots)^{-1})^{-1};$$

po prawej stronie występuje  $n$  piątek i  $n$  znaków odwrotności oraz  $n-1$  par nawiasów;  $n$  jest ustaloną liczbą naturalną.

Zadanie 134 przysłał pan Stanisław Wróbel z miejscowości Mroczeń w woj. kaliskim.

**Rozwiązania zadań z matematyki z numeru 4/1986**

Przypominamy treść zadań:

129. Czy sześciokąt wypukły o polu  $S$  musi mieć trzy kolejne wierzchołki takie, że pole  $T$  trójkąta wyznaczonego przez te wierzchołki spełnia nierówność: a)  $T \leq S/6$ , b)  $T \geq S/6$ ?

130. Znaleźć kres dolny liczb postaci  $m^{-1/n} + n^{-1/m}$  ( $m, n \in \mathbb{N}$ ).

129. Odpowiedź: a) tak, b) nie. Uzasadnienie:

a) Przy oznaczeniach z rysunku 1 któryś z czworokątów  $ABCP$ ,  $CDEQ$ ,  $EFAR$  ma pole  $\leq S/3$ . Przypuśćmy, że jest to czworokąt  $ABCP$ . Przekątna  $BP$  dzieli go na dwa trójkąty i któryś z nich ma pole  $\leq S/6$ . Niech to będzie trójkąt  $BPC$ . Jego pole jest nie mniejsze od pola któregoś z trójkątów  $ABC$ ,  $BCD$ . Stąd teza.

b) Weźmy dowolny trójkąt  $A_1 A_2 A_3$  o polu  $S$ . Na bokach wychodzących z każdego wierzchołka  $A_i$  oberzmy w niewielkiej od niego odległości punkty  $A'_i, A''_i$  (rysunek 2). Gdy punkty  $A'_i, A''_i$  zbliżają się do  $A_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), pole sześciokąta  $A'_1 A'_2 A'_3 A''_1 A''_2 A''_3$  dąży do  $S$ , podczas gdy pole każdego z trójkątów wyznaczonych przez trzy kolejne wierzchołki tego sześciokąta dąży do zera.

130.  $\sqrt[n]{m} = \sqrt[n]{\underbrace{m \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1}_{n-1}} \leq \frac{1}{n} (m+n-1)$  i podobnie  $\sqrt[m]{n} \leq \frac{1}{m} (n+m-1)$ .

Zatem rozważane wyrażenie jest  $\geq \frac{n}{m+n-1} + \frac{m}{m+n-1} > 1$ . Przy tym liczba 1 jest kresem dolnym: gdy  $m = 1$  i  $n \rightarrow \infty$ , badane wyrażenie dąży do 1.



Redaguje dr Rafał SZTENCEL

M 442. Rzucamy monetą, dopóki nie wypadnie orzeł. Ile średnio prób trzeba wykonać, jeśli prawdopodobieństwo otrzymania orła w pojedynczym rzucie wynosi  $p$ ? Zakładamy, że wartość średnia ilości prób istnieje.

Rozwiązanie na str. 14

M 443. Udowodnić, że funkcja  $f(x) = \sin x$  nie jest wielomianem.

Rozwiązanie na str. 2

M 444. Znaleźć pole figury ograniczonej wykresem funkcji  $\sin^2 x$  i prostymi  $x = \frac{\pi}{2}$ , oraz  $y = 0$ .

Rozwiązanie na str. 1

Redagują mgr Tomasz TRATKIEWICZ i mgr Włodzimierz ZIELICZ

F 202. Gaz doskonały o temperaturze  $T_1$  zamknięty jest w elastycznej, nie przewodzącej ciepła powłoce pod ciśnieniem  $P_1$ . Wyznaczyć temperaturę gazu  $T_2$  po gwałtownej zmianie ciśnienia do wartości  $P_2$ . Jaka byłaby zmiana temperatury, gdyby proces zachodził odwracalnie?

Rozwiązanie na str. 2

F 203. Izolowany cieplnie pojemnik z gazem doskonałym zawieszono na nici. Działanie siły ciężkości powoduje, że gęstość gazu w dolnej części naczynia jest większa niż w górnej. Nic przecięto. Czy temperatura gazu po dojściu do stanu równowagi termodynamicznej w czasie swobodnego spadku będzie inna niż przed przecięciem nici?

Rozwiązanie na str. 7

