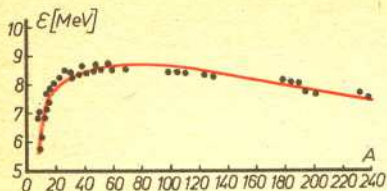


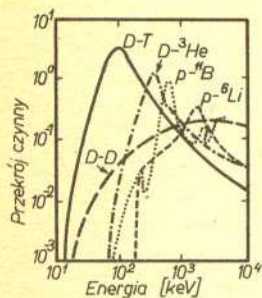
# Synteza termojądrowa

Doc. dr Antoni KUSZELL

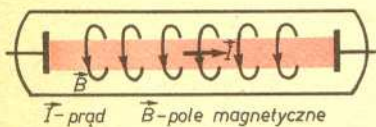


Rys. 1. Zależność średniej energii wiązania jednego nukleonu  $\bar{E}$  od liczby masowej jądra  $A$ .

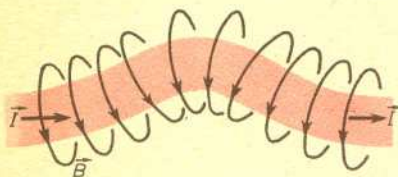
$D+T \rightarrow {}^4\text{He}$  (3,5 MeV) +  $n$  (14,1 MeV)  
 $D+D \rightarrow T$  (1 MeV) +  $p$  (3 MeV)  
 $D+D \rightarrow {}^3\text{He}$  (0,8 MeV) +  $n$  (2,5 MeV)  
 $n+{}^6\text{Li} \rightarrow {}^4\text{He}$  (2,1 MeV) +  $T$  (2,7 MeV)  
 $n$  — neutron,  $p$  — proton,  $D$  — deuter,  $T$  — tryt



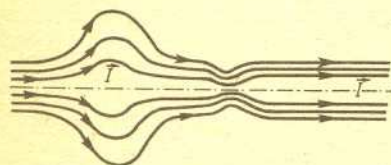
Rys. 2



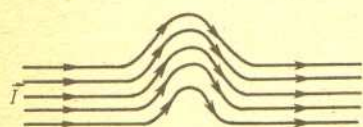
Rys. 3



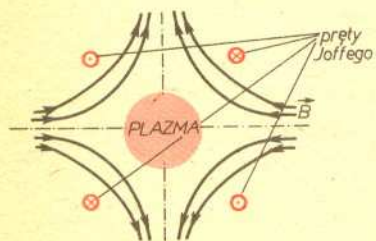
Rys. 4



Rys. 5



Rys. 6



Rys. 7

Jądra atomowe oddziałują między sobą za pośrednictwem dwóch typów sił o zupełnie odmiennych własnościach: sił jądrowych przyciągających i działających tylko na bardzo małych odległościach oraz sił elektrostatycznych, odpychających i o dużym zasięgu. Przy odległościach większych od średnicy jąder dominuje odpychanie, przy mniejszych zaś przyciąganie. Współgranie tych sił powoduje, że najsilniej związane są jądra z okolic środka tablicy Mendelejewa (rys. 1). Dlatego rozpadowi jąder najcięższych oraz syntezie jąder lekkich towarzyszy uwolnienie pewnej energii kinetycznej kosztem energii wiązania. Pierwszą z tych metod uzyskiwania energii potrafimy już wykorzystać zarówno w sposób niekontrolowany (bomba atomowa), jak i kontrolowany (reaktor jądrowy). Drugą metodą zajmiemy się w tym artykule.

Kilka typowych reakcji syntezy przedstawiono na marginesie. Energie w megaelektronowoltach ( $1 \text{ MeV} = 1,6 \times 10^{-13} \text{ J}$ ) są to energie kinetyczne produktów uzyskane dodatkowo w każdej z reakcji. Widać, że zysk energii może mieć znaczenie praktyczne dopiero wtedy, gdy uda się doprowadzić do przereagowania („spalenia”) bardzo wielu jąder.

Warunkiem koniecznym dla zajścia reakcji jest zderzenie jąder. Jednak nie każde zderzenie prowadzi do syntezy. Przekrój czynny, będący miarą prawdopodobieństwa zajścia danej reakcji, zależy od energii jąder. Rysunek 2 przedstawia tę zależność dla kilku reakcji syntezy. Widać, że aby osiągnąć optymalne warunki, trzeba nadać jądrom energię kinetyczną co najmniej rzędu 50 keV. Przy takich energiach wszystkie substancje mają postać gazu składającego się z całkowicie zjonizowanych atomów i elektronów. Ten stan materii nazywamy plazmą. Beładny, nieuporządkowany ruch cząstek w gazie dodatkowo sprzyja zderzeniom. Ponieważ temperatura gazu jest proporcjonalna do średniej energii kinetycznej jąder, w dalszym ciągu zamiast o energii jąder mówić będziemy o ich temperaturze (energia 100 keV odpowiada temperaturze  $10^9 \text{ K}$ ).

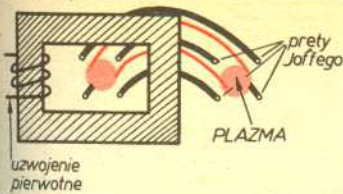
Przy ustalonej temperaturze liczba zderzeń w jednostce czasu rośnie proporcjonalnie do gęstości plazmy. Dlatego ilość spalonych jąder zależy od iloczynu gęstości i czasu (tzw. liczba Lawsona). Widać stąd, że reakcja syntezy może stać się źródłem użytecznej energii pod warunkiem, że uda się pokonać dwie trudności — ogrzać gaz do temperatury  $10^8$ — $10^9 \text{ K}$  i uzyskaną gęstą, gorącą plazmę utrzymać odpowiednio długo w ograniczonym obszarze. Zadania te są przeciwstawne, bo w gazie o tak wysokiej temperaturze panują ogromne ciśnienia. Oczywiście w przypadku plazmy nie może być zastosowana tradycyjna metoda zamknięcia gazu w zbiorniku. Trzeba więc szukać innych metod.

Pierwsza wykorzystuje fakt, iż jądra przyciągają się grawitacyjnie. Jeśli plazmy jest odpowiednio dużo, siły grawitacyjne mogą utrzymać ją w stanie stacjonarnym. Sytuacja taka ma miejsce w gwiazdach.

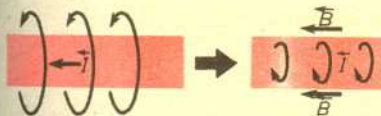
Drugi skuteczny sposób ograniczenia plazmy wykorzystuje fale uderzeniowe. Wyobraźmy sobie cztery silne ładunki wybuchowe umieszczone w wierzchołkach czworościanu foremnego, które eksplodują równocześnie. Powstające przy eksplozji fale uderzeniowe powodują skupienie materii w środku czworościanu i jej ogrzanie przez adiabatyczne sprężenie oraz przekazują jej część energii wybuchu. Okazuje się jednak, że dopiero wybuchy jądrowe są dostatecznie silne, by stworzyć warunki wystarczające do „zapalenia się” plazmy. Tak zbudowano bombę wodorową. Jak dotąd, nie udało się wytworzyć odpowiednich fal uderzeniowych w mniej brutalny sposób. Prowadzone są jednak badania mające na celu wywoływanie mikrowybuchów termojądrowych, które można byłoby kontrolować, tak jak np. kontroluje się wybuch mieszanki w silniku spalinowym. W tym celu małe ilości paliwa jądrowego oświetla się laserami dużej mocy lub wiązkami wysokoenergetycznych cząstek. W obu przypadkach pochłonięcie energii powoduje powstanie fal ograniczających plazmę.

Trzecia, najbardziej obiecująca z praktycznego punktu widzenia, metoda utrzymywania plazmy wykorzystuje fakt, iż cząstki plazmy są naładowane, a więc ich tory ulegają zakrzywieniu w polu magnetycznym. Najstarszą koncepcją jest tzw. z-pinch (od ang. pinch — zacisnąć). W rurze wypełnionej gazem umieszczone są dwie elektrody, do których przykłada się bardzo wysokie napięcie. Następuje jonizacja gazu i wyładowanie w postaci tzw. sznura plazmowego. Płynący w nim prąd elektryczny grzeje plazmę przez efekt Joule'a. Ponadto jest on źródłem pola magnetycznego o symetrii osiowej (rys. 3). Siła Lorentza, działająca w tym polu na naładowane cząstki, powoduje ściskanie sznura plazmowego. Proces ten jest adiabatyczny, bo trwa zbyt krótko, by zdążyła zajść wymiana ciepła z otoczeniem. Dlatego ścisaniu towarzyszy dodatkowe podgrzanie plazmy.

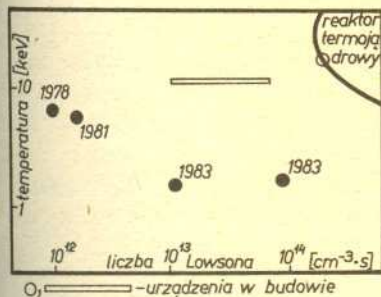
Okazało się jednak, że z-pinch podatny jest na szereg niestabilności, które powodują zniszczenie struktury sznura. Rozważmy najpierw pojedynczą linię prądu elektrycznego. Jeśli linia wskutek fluktuacji nieznacznie się wygnie (rys. 4), to od strony wypukłości linie pola magnetycznego ulegną rozrzedzeniu, a od strony wklęsłości zagęszczeniu. Wypadkowa siła Lorentza, jaka się wtedy pojawi, spowoduje zwiększenie wygięcia linii prądu, czyli wzmocnienie fluktuacji. Wynika



Rys. 8



Rys. 9



Rys. 10

stąd, że wypukłe zaburzenie sznura plazmowego prowadzi do rozszerzania się sznura, a wklęsłe do zaciskania. Możliwe jest także jego wygięcie. Pierwszy typ niestabilności (tzw. niestabilności „serdelkowa”) przedstawiony jest na rysunku 5, drugi (niestabilność wyboczeniowa) — na rysunku 6.

Obliczenia teoretyczne wykazały, że niestabilności jest nieskończenie wiele, ale opisane niestabilności podstawowe narastają najszybciej i dlatego są najbardziej niekorzystne. Znalaziono również proste kryterium stabilności układu naładowanych cząstek i pól magnetycznych. Okazało się mianowicie, że pełna stabilność byłaby zapewniona tylko wtedy, gdyby plazmę udało się ograniczyć polem magnetycznym o liniach wypukłych do wnętrza obszaru uwięzienia. Jest to jednak zadanie niewykonalne. Kryterium daje jednak pewną orientację, jak należy projektować elektromagnesy mające więzić plazmę. Należy dążyć do zminimalizowania obszarów, w których linie pola magnetycznego nie są wypukłe. Tak powstała koncepcja tzw. prętów Joffego. Na zewnątrz z-pinchu układa się równoległe do osi sznura plazmowego cztery pręty, w których płynie prąd w kierunkach zaznaczonych na rysunku 7. Pozostały wprowadzić cztery obszary, w których plazma może opuszczać układ (tzw. stożki ucieczki), ale pręty zlikwidowały podstawowe niestabilności i znacznie poprawiły parametry pinchu.

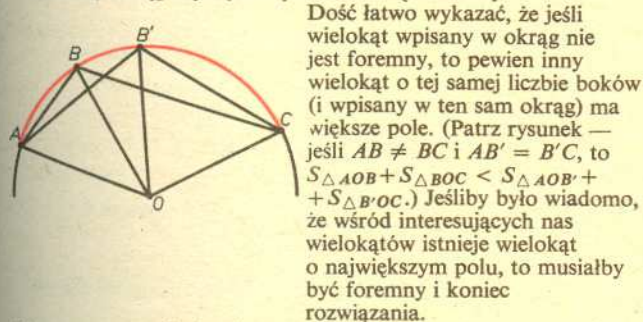
Aby uniknąć strat plazmy na elektrodach, pinch zwinięto w torus. Taki toroidalny z-pinch pobudza się w układzie pokazanym na rysunku 8, gdzie sznur plazmowy stanowi po prostu wtórne uzwojenie dużego transformatora.

Okazało się, że jeszcze bardziej stabilna jest konfiguracja zwana  $\theta$ -pinchem. Jest to układ podobny do z-pinchu (bez prętów Joffego), w którym zamieniono linie pola magnetycznego liniami prądu i odwrotnie (rys. 9). Przy odpowiednim doborze kierunku prądów siły Lorentza działające na plazmę będą takie jak w z-pinchu i sznur plazmowy będzie znów adiabatycznie ściskany.

Poza omówionymi buduje się wiele innych urządzeń (tokamak, stellarator itp.) służących do podgrzewania i utrzymywania plazmy. Wszystkie działają na podobnej zasadzie. Najbardziej obiecujący jest tokamak, w którym osiągnięto już warunki bliskie spełnienia tzw. kryterium Lawsona. Kryterium to orzeka, że ilość energii otrzymywanej w wyniku reakcji syntezy przewyższy energię konieczną do podgrzewania i utrzymania plazmy wtedy, gdy liczba Lawsona będzie większa od  $10^{14} \text{ cm}^{-3} \cdot \text{s}$ . Rysunek 10, przedstawiający temperatury plazmy i wartości liczby Lawsona w kilku istniejących i budowanych urządzeniach plazmowych, pokazuje, jak niewiele brakuje do osiągnięcia sukcesu.

## Kąć olimpijski

Rozwiążmy zadanie: Pokazać, że wśród  $n$ -kątów wpisanych w ustalony okrąg największe pole ma  $n$ -kąt foremny.



Skorzystamy z twierdzenia:

Funkcja ciągła określona na zbiorze zwartym jest ograniczona i osiąga kresy, tzn. jeśli  $K$  jest zbiorem zwartym, a  $f: K \rightarrow \mathbb{R}$  funkcją ciągłą, to istnieją takie punkty  $a, b \in K$ , że dla dowolnego  $x \in K$  mamy  $f(a) \leq f(x) \leq f(b)$ .

W przypadku, gdy zbiór  $K$  jest podzbiorem przestrzeni euklidesowej  $\mathbb{R}^m$ , jest on zwarty wtedy i tylko wtedy, gdy jest ograniczony (tzn. gdy istnieje taka liczba  $M$ , że dla każdego  $(x_1, \dots, x_m) \in K$  mamy  $|x_i| \leq M$  dla  $i = 1, \dots, m$ ) i domknięty (tzn. jeśli  $(x_1^{(k)}, \dots, x_m^{(k)}) \in K$  dla  $k = 1, 2, \dots$  i  $\lim_{k \rightarrow \infty} x_i^{(k)} = x_i$

dla  $i = 1, \dots, m$ , to  $(x_1, \dots, x_m) \in K$ ).

Wróćmy do zadania. Oznaczmy przez  $K$  zbiór  $n$ -tek punktów z okręgu. Każdy punkt okręgu to para współrzędnych, a więc każdy element zbioru  $K$  może być traktowany jako punkt  $(x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n)$  przestrzeni  $2n$ -wymiarowej  $\mathbb{R}^{2n}$ . Łatwo udowodnić, że zbiór  $K$  jest ograniczony i domknięty, a więc zwarty. Funkcja  $f$  przyporządkowuje elementowi  $(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$  pole najmniejszego zbioru wypukłego zawierającego punkty  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ , tzn. wielokąta wypukłego, którego

wierzchołkami są te punkty. Znow łatwo wykazać, że funkcja  $f$  jest ciągła oraz, podobnie jak na początku, że jeśli wielokąt odpowiadający punktom  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$  nie jest foremny, to jego pole nie jest maksymalne. Tak więc układ punktów  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$  dający kres górny funkcji  $f$  musi odpowiadać wielokątowi foremnemu.

Metoda powyższa daje się stosować do rozwiązywania zadań, w których należy pokazać, że pewna funkcja  $f$  osiąga w jakimś punkcie  $a$  kres górny (dolny). Korzystając z podanego twierdzenia stwierdzamy, że funkcja  $f$  musi osiągać kres górny (dolny), a następnie pokazujemy, że w punktach różnych od punktu  $a$  funkcja  $f$  kresu nie osiąga.

Oto przykłady zadań, w których można skorzystać z powyższego sposobu.

- 1) W czworokącie  $abcd$  mamy  $db \perp dc$  i spodkiem prostopadłej opuszczonej z punktu  $d$  na płaszczyznę trójkąta  $abc$  jest punkt przecięcia wysokości tego trójkąta. Udowodnić, że  $(ab + bc + ca)^2 \leq 6(ad^2 + bd^2 + cd^2)$ . Dla jakich czworokątów zachodzi równość? (XII MOM zadanie 5)
- 2) Dowiedź, że ze wszystkich czworokątów opisanych na danym kole najmniejszy obwód ma kwadrat. (IX OM etap III zadanie 6)
- 3) Udowodnić, że dla dowolnych  $n, k \in \mathbb{N}, a_1, \dots, a_n > 0$ ,

$$\text{zachodzi } \frac{\sum_{i=1}^n a_i^{n+k}}{\sum_{i=1}^n a_i^k} \geq \prod_{i=1}^n a_i. \quad (\text{XIV-I-10})$$

- 4) Udowodnić, że jeżeli  $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$  oraz  $b_1 \leq b_2 \leq \dots \leq b_n$ , to

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n)(b_1 + b_2 + \dots + b_n) \leq n(a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n),$$

przy czym równość ma miejsce wtedy i tylko wtedy, gdy  $a_1 = a_2 = \dots = a_n$  lub  $b_1 = b_2 = \dots = b_n$ .

(XV-III-2)