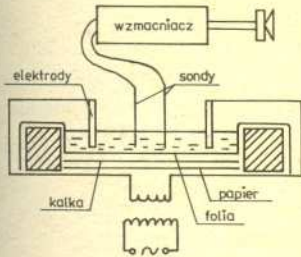


## Pole elektrostatyczne

Na rysunku 1 widzisz płytkie, płaskie naczynie napełnione elektrolitem. Do zanurzonych w nim elektrod podłączone jest źródło prądu. Przepływ prądu w danym punkcie opisuje wektor gęstości prądu  $j$ . Będziemy badać związane z nim pole elektryczne  $E$  ( $j = E/\rho$ ,  $\rho$  jest opornością właściwą elektrolitu).

Zmiany napięcia na elektrodach są w naszym doświadczeniu dostatecznie powolne, aby pole elektryczne w danej chwili uważać za równe polu elektrostatycznemu, jakie panowałoby przy stałej aktualnej wartości napięcia.



Rys. 1

**Przystępujemy do eksperymentów.** Na stole połóż papier, na nim kalkę maszynową. Obuduj burtami o wysokości około 3 cm (np. z listewek) i całość przykryj folią polietylenową (rys. 1). Do powstałej w ten sposób wanny wlej elektrolit do głębokości około 1 cm. Najprostszy to słona woda. Elektrody możesz zrobić z drutu, wielokrotnie złożonej folii aluminiowej itp. Podłącz je do transformatora dzwinkowego obniżającego napięcie sieci (próby bez odpowiedniego transformatora skończą się tragicznie). Sondy to dwa druty lub gwoździe, trochę stępione na końcach, by nie dziurawić dna wanny. Zmiany napięcia pomiędzy nimi wzmacniamy (można użyć radia z wejściem adapterowym) i zamieniamy w głośniku na dźwięk. Jeśli masz czuły miernik prądu stałego, to możesz podłączyć go do sond, a wannę zasilać baterijką.

**Po zmontowaniu powyższego układu i zanurzeniu elektrod włóż do elektrolitu, jedną obok drugiej, sondy.** Słychać buczenie o częstotliwości 50 Hz. Przesuń jedną sondę tak, by dźwięk ten zanikł. Wtedy jej potencjał jest równy potencjałowi drugiej sondy i prąd nie płynie między nimi. Uderzając sondą w dno zrobisz, dzięki kalkce, znak na papierze. Powtarzając tę procedurę wykreślisz linię ekwipotencjalną, o potencjale określonym przez położenie nieruchomej sondy. Staraj się nie przesterowywać wzmacniacza (zbyt duży sygnał wejściowy). Potencjały sond powinny się mało różnić — nie poruszaj sondami bezładnie.

**Co badać?** Poprzez wyznaczenie linii ekwipotencjalnych (a na tej podstawie ewentualnie linii sił) można określić pole elektrostatyczne w wannie. Zależy ono od kształtu wanny, elektrod i innych zanurzonych w elektrolicie przedmiotów. Na przykład jeśli będą to przedmioty metalowe, to wobec znacznie mniejszej oporności właściwej ich potencjał będzie praktycznie stały w każdym punkcie. Pole wokół będzie zaś analogiczne do pola wokół przewodnika w próżni. Możesz sprawdzić, czy rzeczywiście linie ekwipotencjalne zagęszczają się w pobliżu ostrzy, gdzie natężenie pola jest największe.

Zauważ, że linie ekwipotencjalne są zawsze prostopadłe do brzegów wanny. Dlaczego? Rozważ przebieg prądu przy brzegach.

Rysunek 2 przedstawia przykładowe wyniki moich eksperymentów.

Rozwiązanie zadania M 432. Jeśli  $q = 1$ , to  $|\sqrt{2} - \frac{p}{q}| \geq |\sqrt{2} - 1| > \frac{1}{3}$ .

Rozważmy teraz przypadek, gdy  $q \geq 2$ . Mamy

$$\left(\sqrt{2} - \frac{p}{q}\right) \cdot \left(\sqrt{2} + \frac{p}{q}\right) = \frac{2q^2 - p^2}{q^2}.$$

Ponieważ  $2q^2 - p^2$  nie może być zerem, więc

$$\left|\sqrt{2} - \frac{p}{q}\right| \cdot \left|\sqrt{2} + \frac{p}{q}\right| \geq \frac{1}{q^2}.$$

Jeśli  $\left|\sqrt{2} + \frac{p}{q}\right| \leq 3$ , to  $\left|\sqrt{2} - \frac{p}{q}\right| > \frac{1}{3q^2}$ .

Jeśli zaś  $\left|\sqrt{2} + \frac{p}{q}\right| > 3$ , to

$$\left|\sqrt{2} - \frac{p}{q}\right| > \frac{1}{12} \geq \frac{1}{3q^2}.$$

Rozwiązanie zadania M 430. Oznaczmy przez  $p_k$  prawdopodobieństwo tego, że pionek startujący z punktu  $k$  przekroczy kiedyś milion.

Mamy

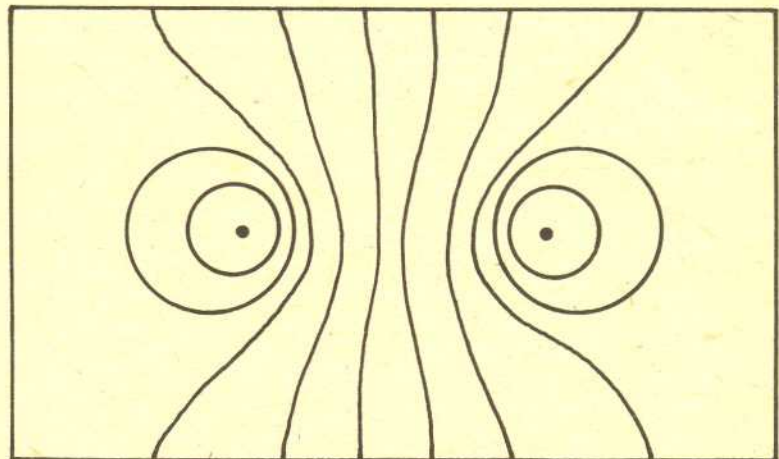
$$p_k = \frac{1}{2} p_{k+1} + \frac{1}{2} p_{k-1};$$

istotnie, po wykonaniu pierwszego ruchu z prawdopodobieństwem  $\frac{1}{2}$  znajdziemy się w punkcie  $k+1$ , gdzie mamy szansę  $p_{k+1}$  przekroczenia miliona

i z prawdopodobieństwem  $\frac{1}{2}$  w punkcie  $k-1$ , gdzie szansa przekroczenia miliona wynosi  $p_{k-1}$ .

Wobec tego  $\{p_k\}$  jest ciągiem arytmetycznym. Z drugiej strony  $p_k = 1$  dla  $k > 10^6$ .

Dlatego  $p_k = 1$  dla każdego  $k$ .



Rys. 2