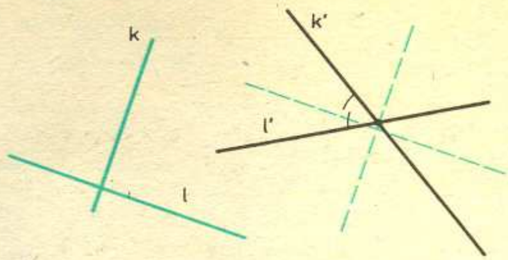
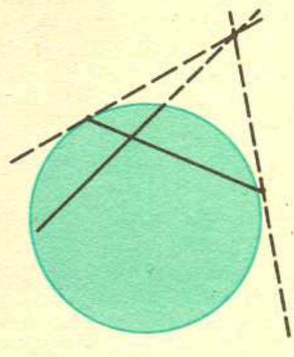
Nie różne, a jedna

W artykule użyte są nazwy Min^n, BL^n, $Mö^n$, $Eucl^n$ i Ell^n. Z nich tylko $Eucl^n$, czyli przestrzeń euklidesowa, jest powszechnie znana. Oto modele pozostałych przestrzeni dla $n = 2$ w przestrzeni euklidesowej.



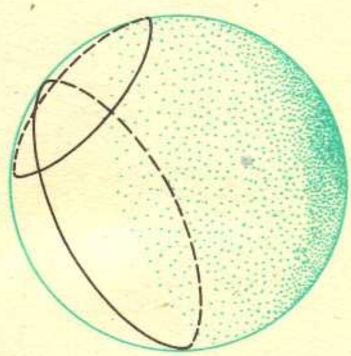
Model Min^2 na płaszczyźnie euklidesowej ma wszystkie euklidesowe punkty i proste jako swoje punkty i proste. Inną od euklidesowej prostopadłość uzyskuje się przez wyróżnienie dwóch euklidesowo prostopadłych prostych k i l, oraz umowę, że k' jest prostopadła do l' wtedy i tylko wtedy, gdy euklidesowe dwusieczne utworzonych przez nie kątów są równoległe do k i l.

Model Min^3 uzyskuje się w przestrzeni euklidesowej analogicznie, z tym że wyróżnia się nie dwie proste, a tworzące pewnego (dowolnie obranego) stożka o prostym kącie rozwarcia. Itd.



Model BL^2 na płaszczyźnie euklidesowej ma jako punkty punkty euklidesowego koła otwartego, a jako proste — otwarte cięciwy tego koła. Dwie takie cięciwy uważamy za prostopadłe, gdy przedłużenie jednej z nich przechodzi przez punkt przecięcia stycznych w końcach drugiej.

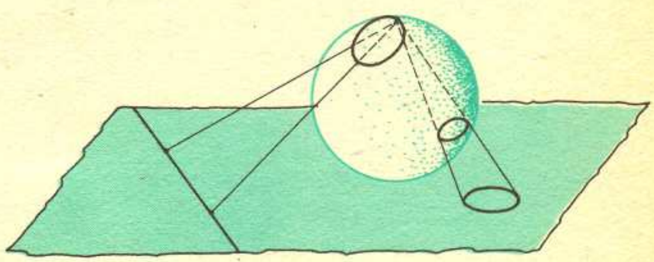
Model BL^3 uzyskuje się analogicznie z kuli euklidesowej. Styczne zastępuje tu stożek styczny. Itd.

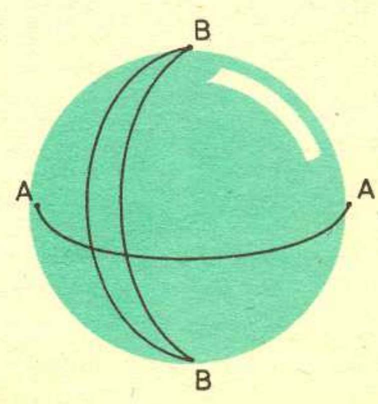


Model $Mö^2$ na dwuwymiarowej sferze w przestrzeni euklidesowej ma jako punkty punkty tej sfery, a jako proste — wszystkie okręgi na sferze. Gdy takie okręgi są euklidesowo prostopadłe, uważamy je za proste prostopadłe.

Przez rzut stereograficzny na płaszczyznę styczną do sfery uzyskujemy płaszczyznę euklidesową z jej wszystkimi prostymi i okręgami.

Model $Mö^n$ uzyskuje się w pełni analogicznie na n—wymiarowej sferze.





Model Ell^2 na domkniętej półsferze w przestrzeni euklidesowej ma jako punkty punkty tej półsfery, z tym że punkty antypodyczne brzegu półsfery utożsamiamy. Prostymi są półokręgi wielkie (wobec poprzedniej umowy są to więc krzywe zamknięte). Proste te uważamy za prostopadłe, gdy prostopadłe są te euklidesowe półokręgi.

Model Ell^n uzyskuje się w pełni analogicznie na n—wymiarowej półsferze.

dr hab. Marek KORDOS