Czy dogoni?

Jeśli prędkości goniącego G i uciekającego U są takie same, to odpowiedź jest prosta — oczywiście nie. Ale jeśli U jest w środku kolistego stawu — jego prędkość w wodzie jest cztery razy mniejsza niż na lądzie — G zaś jest na brzegu, G nie umie co prawda pływać, lecz U też zbyt długo w stawie nie może przebywać? Odpowiedź wydaje się prosta. Zanim U dopłynie do brzegu, G zdąży obiec staw i złapać wychodzącego na brzeg U. Przecież połowa obwodu jest tylko π razy większa od promienia, a prędkość G cztery razy większa od prędkości U.

Okazuje się jednak, że U zdąży uciec. Zauważmy, że dopóki odległość U od środka stawu jest mniejsza niż ćwierć promienia, to jego prędkość kątowa (gdyby płynął po okręgu współśrodkowym z brzegiem stawu) jest większa niż prędkość kątowa G biegnącego po brzegu. A więc w tej sytuacji U może płynąć tak, by G był w dalszym końcu średnicy przechodzącej przez U oraz by oddalać się od środka stawu. W momencie gdy odległość U od środka będzie już większa niż $\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$ promienia, ale nadal mniejsza niż ćwierć promienia $\left(\text{jest to możliwe, gdyż } 1-\frac{\pi}{4}<\frac{1}{4}\right)$, zmienia taktykę. Zaczyna płynąć prosto do brzegu. Ma doń mniej niż $\frac{\pi}{4}$ promienia, a więc dopłynie szybciej niż G dobiegnie z przeciwnego końca średnicy.

Taka taktyka jest skuteczna, gdy stosunek prędkości G i U jest mniejszy niż $\pi+1$. Co się stanie, gdy będzie większy? Czy wtedy G dogoni U, czy też U wymyśli nowy sposób ucieczki? Spróbuj to rozstrzygnąć sam, Czytelniku! A co się dzieje, gdy prędkość G dokładnie $\pi+1$ razy przewyższa prędkość U?

J. R.

Zadania

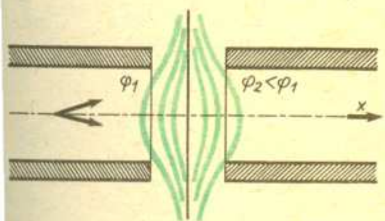
Redaguje mgr Witold MARCISZEWSKI

M 412. Czy można z białych i czarnych sześcianów o krawędzi 1 zbudować sześcian o krawędzi n tak, aby dla każdego małego sześcianu dokładnie dwa sąsiadujące z nim (tzn. stykające się ścianami) miały ten sam kolor co on?
Rozwiązanie na str. 11

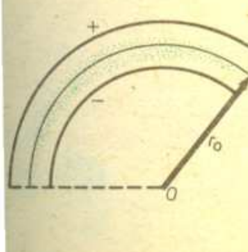
M 413. W wypukłym czworokącie $ABCD$ suma odległości wierzchołka od prostych zawierających boki $ABCD$ jest taka sama dla wszystkich wierzchołków. Udowodnić, że $ABCD$ jest równoległobokiem.
Rozwiązanie na str. 1

M 414. Czy istnieje nieskończony ciąg liczb naturalnych $a_1, a_2, a_3, \ldots$, w którym nie wszystkie liczby są równe i liczba a_{n+1} jest średnią harmoniczną liczb a_n i a_{n+2} $\left(\text{średnią harmoniczną liczb } a \text{ i } b \text{ nazywamy liczbę } \frac{2ab}{a+b}\right)$.
Rozwiązanie na str. 10

Redagują mgr Tomasz TRATKIEWICZ i mgr Włodzimierz ZIELICZ



F 182. Wzdłuż osi przewodzącej rury biegnie prawie równoległa wiązka dodatnich jonów. Rura jest przecięta prostopadle do osi i jej dwie części mają różny potencjał. Powierzchnie ekwipotencjalne w przecięciu rury zaznaczono na rysunku. Dlaczego przy mijaniu przecięcia następuje nie tylko przyspieszanie, ale także ogniskowanie jonów?
Rozwiązanie na str. 2



F 183. Do kondensatora cylindrycznego wstrzelono w punkcie A (patrz rysunek) nieco rozbieżną wiązkę jonów dodatnich o niewielkim kącie rozbieżności. Energie wszystkich jonów są jednakowe. Jony o prędkościach początkowych prostopadłych do odcinka OA poruszają się po okręgu współśrodkowym z okładkami kondensatora. Gdzie nastąpi ponowne zogniskowanie wiązki?
Rozwiązanie na str. 3