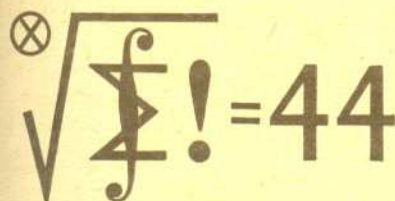


Czołówka ligi zadaniowej "Klub 44 M"

po uwzględnieniu ocen rozwiązań
zadań 109 /WT=3,33/ i 110 /WT=1,44/
z numeru 4/1985

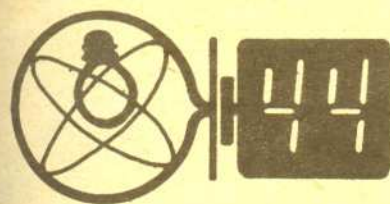
Tomasz Szymczyk	-Bielsko - B	45,74pkt
Anna Gluza	-Toruń	43,93pkt
Jacek Mańdziuk	-Lublin	41,77pkt
Marian Roman	-Ełk	41,28pkt
Andrzej Sudoł	-Nowy Sącz	40,52pkt
Grzegorz Kuś	-Kraków	39,93pkt
Andrzej Pawłowski	-Zabrze	38,91pkt

Pan Tomasz Szymczyk jest trzydziestym
szóstym członkiem Klubu 44.



Termin nadsyłania rozwiązań.

31 XII 1985



Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: Klub 44 M lub Klub 44 F. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N - liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (M lub F) - i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (M lub F), zostaje on członkiem Klubu 44, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo - to tytuł Weterana. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 1/1985.

Zadania z matematyki nr 117, 118

Redaguje dr Marcin E. KUCZMA

117. Rozważmy wszystkie czworokąty $ABCD$ opisane na kuli o środku O i promieniu 1 takie, że $OA \geq OB \geq OC \geq OD$. Wyznaczyć kres dolny możliwych wartości każdej z tych czterech odległości (OA, OB, OC i OD).

118. Udowodnić, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x_1, \dots, x_n i dla każdej liczby naturalnej nieparzystej p zachodzi nierówność

$$\sum_{i=1}^n x_i^{p+1} \sum_{i=1}^n x_i^{p-1} \geq \left(\sum_{i=1}^n x_i^p \right)^2.$$

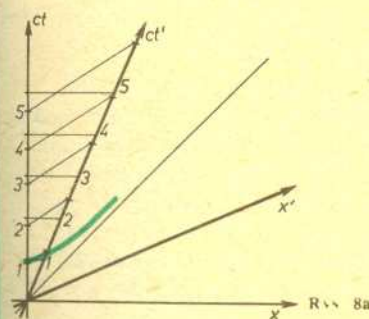
Zadanie 118 przysłał pan Krystian Bartniczek z Bytomia.

Zadania z fizyki nr 15, 16

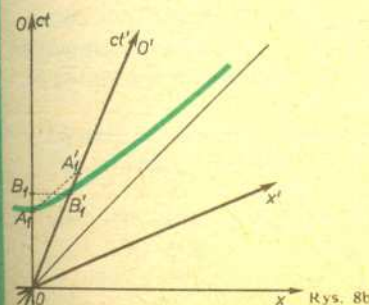
Redaguje dr Andrzej NADOLNY

15. Z izolowanego przewodu wykonano zamkniętą pętlę w kształcie ósemki złożonej z okręgów o średnicy 1 cm i 2 cm (przewody w miejscu skrzyżowania stykają się ze sobą). Pętlę umieszczono w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji 1 T, prostopadłym do płaszczyzny pętli. Czy izolacja przewodu, która wytrzymuje napięcie 10V, ulegnie przebiciu, gdy pole magnetyczne zostanie wyłączone, zanikając liniowo do zera w czasie 1 ms?

16. Oszacować rozmiary planetoidy, od której człowiek mógłby się oderwać wykonując skok. Zakładamy gęstość planetoidy równą gęstości Ziemi.



Rys. 8a



Rys. 8b



8. Paradoks bliźniąt

Wyskalowanie osi układów współrzędnych w czasoprzestrzeni umożliwia porównywanie mierzonych przez różnych obserwatorów odcinków czasu między zdarzeniami. Najkrótszy odstęp między zdarzeniami rejestruje obserwator, dla którego zdarzenia zachodzą w tym samym miejscu. Dla każdego innego obserwatora odstęp ten jest większy. Zjawisko to zwane jest dylatacją czasu.

Zgodnie z zasadą względności wszystkie inercjalne układy odniesienia są równoprawne, a więc w szczególności zegary w każdym z układów muszą być takie same. Na rysunku 8a zegary obserwatorów O i O' zostały zsynchronizowane w chwili spotkania. Od tego czasu postępuje ich desynchronizacja, przy czym zarówno O , jak i O' twierdzi, że to jego zegar idzie szybciej. Gdyby O i O' byli bliźniakami (np. na Ziemi i w rakiecie), O' twierdziłby, że jest coraz starszy od O , a O przeciwnie - siebie uważałby za starszego od brata.

Symetrię tę widać również na rysunku 8b. Kolorem zaznaczona jest hiperbola jednostkowa. Z punktu widzenia O między O i A_1 upłynęła 1 sekunda. Żeby wyznaczyć czas, jaki upłynął między tymi zdarzeniami w układzie O' , musimy znaleźć na osi ct' zdarzenie A_1' równoczesne z A_1 . Porównanie OA_1' z jednostkowym odcinkiem OB_1 pokazuje, że dla O' czas między O i A_1 jest dłuższy niż 1 sekunda. Podobnie różni się zdanie obserwatorów na temat czasu, jaki upłynął między zdarzeniami O i B_1' . Wyznamy tę różnicę.

Z definicji prędkości względnej wynika, iż $B_1'B_1 = vOB_1$, a ponieważ punkt B_1' leży na hiperboli jednostkowej, więc $OB_1'^2 - B_1'B_1^2 = 1$. Stąd $OB_1' = 1/\sqrt{1-v^2}$, czyli czas, jaki



Bieżący rok jest szczególnie atrakcyjny dla amatorów obserwacji astronomicznych, posiadających choćby niewielką lunetkę, ze względu na możliwość zaobserwowania wzajemnych zaćmień czterech najjaśniejszych satelitów Jowisza.

Płaszczyzny wokółjowiszowych orbit Io, Europy, Ganimesesa i Callisto niemal dokładnie pokrywają się z płaszczyzną okołosłonecznej orbity Jowisza. Dlatego też co sześć lat (a więc dwa razy w ciągu okresu obiegu Jowisza wokół Słońca), gdy Jowisz znajduje się w pobliżu jednego z węzłów swej orbity, zdarzają się szczególne warunki do obserwacji zaćmień lub zakryć galileuszowych satelitów. Obiekty te są na tyle jasne (w opozycji Io: 4,8 mag., Europa: 5,2 mag., Ganimeses: 4,5 mag., Callisto: 5,5 mag.), że gdyby nie blask Jowisza, mogłyby być zaobserwowane nawet gołym okiem. Niewielka lunetka (powiększenie około 30 razy) pozwala śledzić te księżyce, względnie szybko przemieszczające się w sąsiedztwie planety.

W okresie od maja 1985 roku do kwietnia 1986 roku nastąpi kolejne korzystne usytuowanie Jowisza, czego efektem będzie seria 252 wzajemnych zaćmień i zakryć wspomnianych satelitów. Oczywiście tylko niektóre z tych zjawisk będzie można zaobserwować przy użyciu sprzętu amatorskiego.

Na przykład:

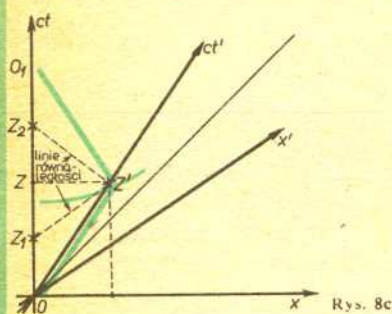
7 listopada o godzinie 17^h50^m (czasu zimowego) Io znajdzie się w stożku cienia Europy, przy czym blask pierwszego z wymienionych księżyców zmniejszy się o 0,87 mag. W czasie zaćmienia satelity będą widoczne na niebie w odległości 3,3 promieni Jowisza od jego centrum, a zjawisko będzie trwało około 5 minut.

14 listopada o godzinie 20^h04^m rozpocznie się niemal identyczne zjawisko, również będzie trwało 5 minut, jednak tym razem spadek blasku Io będzie większy — 0,94 mag.

Znacznie efektowniejsze zaćmienie nastąpi 14 grudnia — gdy Europa pograży się w cieniu Ganimesesa. Blask zaćmianego obiektu zmniejszy się o ponad 3 mag! Satelity będą odległe od centrum tarczy Jowisza o 5,6 jego promienia, zaćmienie rozpocznie się o 18^h30^m i będzie trwało do 18^h39^m.

Dla astronomów zjawiska te stanowią szczególną okazję do wyznaczenia dokładnych położenia galileuszowych satelitów, określenia ich rozmiarów, a nawet ustalenia pewnych szczegółów budowy ich powierzchni. Poprawienie dokładności określenia położenia tych obiektów jest szczególnie istotne dla misji sztucznego satelity Galileo, który ma dotrzeć do Jowisza w końcu 1988 roku.

J. U.



upłynął w O między zdarzeniami OB'_1 , jest równy $\tau = \frac{OB_1}{OA_1} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} > 1$.

Paradoks pojawia się, gdy doprowadzimy do ponownego spotkania obserwatorów. Załóżmy, że O' po pewnym czasie zawrócił (rys. 8c) i doszło do spotkania (zdarzenie O_1). Który z bliźniaków będzie starszy? Przecież cały czas, poza krótkim momentem zmiany prędkości, obaj znajdowali się w układach inercjalnych i każdy z nich twierdził, że jego zegar idzie szybciej niż brata. Tak więc przy spotkaniu każdy będzie uważał, że żył dłużej (np. więcej razy uderzyło jego serce). Prześledźmy to na rysunku 8c. Obserwator O' oddala się z prędkością v przez czas $ct'_2 = 1$, a następnie z taką samą prędkością wraca. Między spotkaniami (zdarzenia O i O_1) upłynął w jego układzie czas $2ct'_2 = 2$. Dla obserwatora O jest $ct_2 > 1$, a więc jego zegar wskaże w O_1 czas większy niż 2.

Gdzie powstała asymetria, która spowodowała, że wskazania zegarów po spotkaniu różnią się między sobą? Nastąpiło to w chwili zawracania. Mogłoby się wprawdzie wydawać, że z punktu widzenia O' obserwator O również zatrzymuje się, zmienia kierunek prędkości i zaczyna powrót, jest jednak ważna różnica. Obserwator O cały czas jest w tym samym układzie inercjalnym, a O' w momencie zawracania zmienia układ inercjalny — porusza się z przyspieszeniem. Zaobserwuje on na przykład pojawienie się sił bezwładności i to tym większych, im szybciej następuje zmiana prędkości.

Zmiana układu inercjalnego oznacza zmianę linii równoczesności. Zdarzenie Z' przed zwrotem jest równoczesne z Z_1 , a natychmiast po zwrocie z Z_2 . Z punktu widzenia podróżującego bliźniaka w chwili zawracania na Ziemi upływa duży czas (rys. 8c). Obaj bliźniacy są zgodni co do tego, że O' jest młodszy niż O.

W 1972 roku dwaj Amerykanie J. C. Hafele i R. E. Keating przewieźli cztery zegary cezowe samolotami pasażerskimi dookoła Ziemi na wschód i na zachód, a następnie porównali ich wskazania z identycznymi zegarami, które spoczywały na Ziemi. Po uwzględnieniu zależności natężenia pola grawitacyjnego od wysokości (pole grawitacyjne również wpływa na chód zegarów), otrzymali oni wyniki całkowicie zgodne z przewidywaniami (różnice są rzędu nanosekund). (cdn.)