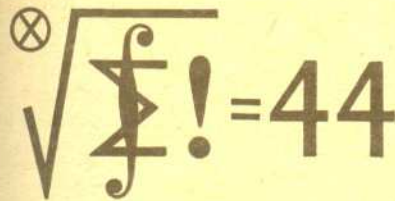


Czołówka ligi zadaniowej "Klub 44 M"

po uwzględnieniu ocen rozwiązań
zadań 109 /WT=3,33/ i 110 /WT=1,44/
z numeru 4/1985

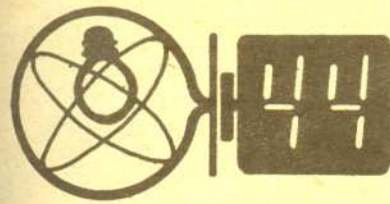
Tomasz Szymczyk	-Bielsko	- B 45,74pkt
Anna Gluza	-Toruń	43,93pkt
Jacek Mańdziuk	-Lublin	41,77pkt
Marian Roman	-Ełk	41,28pkt
Andrzej Sudoł	-Nowy Sącz	40,52pkt
Grzegorz Kuś	-Kraków	39,93pkt
Andrzej Pawłowski	-Zabrze	38,91pkt

Pan Tomasz Szymczyk jest trzydziestym
szóstym członkiem Klubu 44.



Termin nadsyłania rozwiązań.

31 XII 1985



Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: Klub 44 M lub Klub 44 F. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N - liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (M lub F) - i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (M lub F), zostaje on członkiem Klubu 44, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo - to tytuł Weterana. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 1/1985.

Zadania z matematyki nr 117, 118

Redaguje dr Marcin E. KUCZMA

117. Rozważmy wszystkie czworokąty $ABCD$ opisane na kuli o środku O i promieniu 1 takie, że $OA \geq OB \geq OC \geq OD$. Wyznaczyć kres dolny możliwych wartości każdej z tych czterech odległości (OA, OB, OC i OD).

118. Udowodnić, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x_1, \dots, x_n i dla każdej liczby naturalnej nieparzystej p zachodzi nierówność

$$\sum_{i=1}^n x_i^{p+1} \sum_{i=1}^n x_i^{p-1} \geq \left(\sum_{i=1}^n x_i^p \right)^2.$$

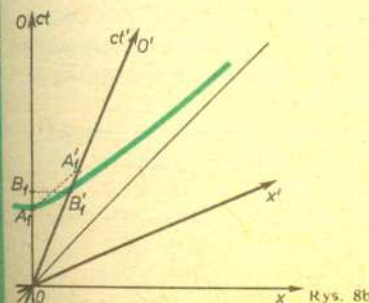
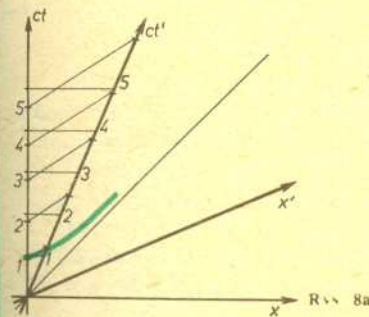
Zadanie 118 przysłał pan Krystian Bartniczek z Bytomia.

Zadania z fizyki nr 15, 16

Redaguje dr Andrzej NADOLNY

15. Z izolowanego przewodu wykonano zamkniętą pętlę w kształcie ósemki złożonej z okręgów o średnicy 1 cm i 2 cm (przewody w miejscu skrzyżowania stykają się ze sobą). Pętlę umieszczono w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji 1 T, prostopadłym do płaszczyzny pętli. Czy izolacja przewodu, która wytrzymuje napięcie 10V, ulegnie przebiciu, gdy pole magnetyczne zostanie wyłączone, zanikając liniowo do zera w czasie 1 ms?

16. Oszacować rozmiary planetoidy, od której człowiek mógłby się oderwać wykonując skok. Zakładamy gęstość planetoidy równą gęstości Ziemi.



Rys. 8a

Rys. 8b



8. Paradoks bliźniąt

Wyskalowanie osi układów współrzędnych w czasoprzestrzeni umożliwia porównywanie mierzonych przez różnych obserwatorów odcinków czasu między zdarzeniami. Najkrótszy odstęp między zdarzeniami rejestruje obserwator, dla którego zdarzenia zachodzą w tym samym miejscu. Dla każdego innego obserwatora odstęp ten jest większy. Zjawisko to zwane jest dylatacją czasu.

Zgodnie z zasadą względności wszystkie inercjalne układy odniesienia są równoprawne, a więc w szczególności zegary w każdym z układów muszą być takie same. Na rysunku 8a zegary obserwatorów O i O' zostały zsynchronizowane w chwili spotkania. Od tego czasu postępuje ich desynchronizacja, przy czym zarówno O , jak i O' twierdzi, że to jego zegar idzie szybciej. Gdyby O i O' byli bliźniakami (np. na Ziemi i w rakiecie), O' twierdziłby, że jest coraz starszy od O , a O przeciwnie - siebie uważałby za starszego od brata.

Symetrię tę widać również na rysunku 8b. Kolorem zaznaczona jest hiperbola jednostkowa. Z punktu widzenia O między O i A_1 upłynęła 1 sekunda. Żeby wyznaczyć czas, jaki upłynął między tymi zdarzeniami w układzie O' , musimy znaleźć na osi ct' zdarzenie A_1' równoczesne z A_1 . Porównanie OA_1' z jednostkowym odcinkiem OB_1 pokazuje, że dla O' czas między O i A_1 jest dłuższy niż 1 sekunda. Podobnie różni się zdanie obserwatorów na temat czasu, jaki upłynął między zdarzeniami O i B_1' . Wyznamy tę różnicę.

Z definicji prędkości względnej wynika, iż $B_1'B_1 = vOB_1$, a ponieważ punkt B_1' leży na hiperboli jednostkowej, więc $OB_1^2 - B_1'B_1^2 = 1$. Stąd $OB_1 = 1/\sqrt{1-v^2}$, czyli czas, jaki