

$$I_n = - \sum_{i=1}^{n-1} I_i = - \sum_{i=1}^{n-1} G_i \left(\frac{I_1}{G_1} + E_1 - E_i \right).$$

Po podstawieniu ostatniego wyrażenia do równania (3) dla $i = n$ oraz dokonaniu przekształceń uzyskujemy

$$\sum_{i=1}^n G_i \frac{I_1}{G_1} + \sum_{i=1}^n G_i E_1 - \sum_{i=1}^n G_i E_i = 0,$$

a stąd poszukiwane napięcie $U_{AB} = \frac{I_1}{G_1} + E_1 = \frac{\sum_{i=1}^n G_i E_i}{\sum_{i=1}^n G_i}$.

Widać, że bez wprowadzenia przewodności końcowy wzór miałby bardziej złożoną postać.

6. Przedstawione rozumowanie zawiera milczące założenie, że ciśnienie powietrza w cylindrycznej części kanału jest równe ciśnieniu panującemu na zewnątrz oraz pomija siły powstające przy opływie czołowej powierzchni walca.



Rys. 2



Rys. 3

Aby nie wdawać się w skomplikowany problem tego opływu, rozpatrzmy przypadek, w którym walec jest od strony wlotowej przedłużony rurą o średnicy równej jego średnicy zewnętrznej — jak na rysunku 3. Problem został w ten sposób sprowadzony do przepływu powietrza przez rurę o zmiennej średnicy. Ciśnienie powietrza w części zwężonej, na skutek wzrostu jego prędkości, spada w porównaniu z rurą wlotową. W stożkowej części wylotowej natomiast, w związku ze zmniejszeniem prędkości przepływu powietrza, ciśnienie wzrasta. Z porównania średnic i związanych z tym prędkości przepływu wynika, że nie przewyższa ono tam jednak ciśnienia panującego w rurze wlotowej, które działa na powierzchnię czołową walca. Stąd wniosek, że „siła napędowa” działająca na stożkowy wylot kanału nie może przewyższać „siły hamującej” działającej na powierzchnię czołową walca. Dzięki lepkości powietrza „siła napędowa” będzie w rzeczywistości mniejsza od „siły hamującej”.

Rozwiązania zadań z numeru 3/1985

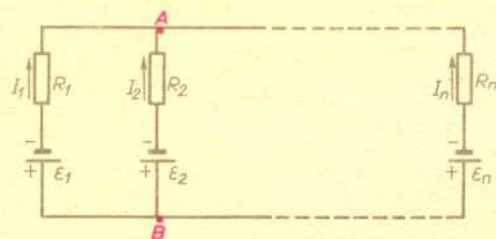
Przypominamy treść zadań:

- Obliczyć napięcie panujące między punktami A i B układu złożonego z n gałęzi zawierających dowolne oporności R_i i źródła siły elektromotorycznej E_i ($i = 1, 2, \dots, n$).
- Dany jest walec z wydrążonym wzdłuż osi kanałem, który się rozszerza stożkowo z jednego końca jak na rysunku 2. Podczas poruszania tego walca w kierunku oznaczonym strzałką do kanału od jego wąskiej strony wpada powietrze. Po przepłynięciu powietrza do części stożkowej kanału jego ciśnienie — zgodnie z prawem Bernoulliego — wzrasta. Ciśnienie to działając na ścianki stożkowego kanału wywiera na walec pewną siłę, nadającą mu napęd w kierunku ruchu. Mamy więc perpetuum mobile. Wskazać błąd w powyższym rozumowaniu.

5. Po oznaczeniu płynącego przez i -tą gałąź prądu przez I_i (dodatni znak I_i oraz E_i zgodny z oznaczeniami na rysunku 1) wypisujemy równania Kirchhoffa:

$$(1) \quad \sum_{i=1}^n I_i = 0,$$

$$(2) \quad R_i I_i + E_i = R_1 I_1 + E_1 \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$



Rys. 1

Dla wygody rachunków wprowadzamy przewodność $G_i = \frac{1}{R_i}$;

równanie (2) przyjmuje teraz postać

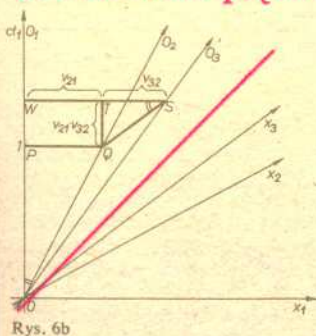
$$(3) \quad \frac{I_i}{G_i} + E_i = \frac{I_1}{G_1} + E_1.$$

6. Składanie prędkości

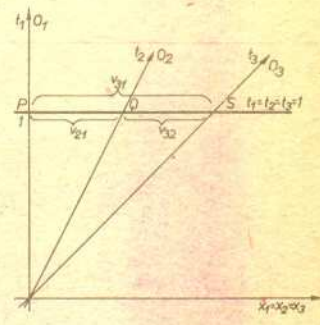
Rozważmy trzech obserwatorów inercjalnych $\theta_1, \theta_2, \theta_3$. Niech θ_2 porusza się względem θ_1 z prędkością v_{21} , a θ_3 względem θ_2 z prędkością v_{32} . Dla prędkości dużo mniejszych od prędkości światła

$$(*) \quad v_{31} = v_{32} + v_{21}.$$

Informację tę można odczytać z diagramu czasoprzestrzennego (rys. 6a). Linia światła obserwatora θ_2 w układzie (x_1, t_1) jest jednocześnie osią czasu układu (x_2, t_2) . Ponieważ przy małych prędkościach czas dla obu obserwatorów biegnie tak samo, oś x_2 (punkty o współrzędnych $t_1 = 0$) pokrywa się z osią x_1 . Prosta $t_1 = 1$ wprowadza skalę czasu na osiach t_2 i t_3 . W jednostkowym czasie obserwator θ_2 przebył względem θ_1 odcinek PQ , czyli długość PQ jest równa v_{21} . Podobnie $PS = v_{31}$, a $QS = v_{32}$. Prędkość wypadkowa jest więc sumą prędkości v_{32} i v_{21} .



Rys. 6b



Rys. 6a

Rys. 6b przedstawia trzech obserwatorów poruszających się z prędkościami bliskimi prędkości światła. Niech OP będzie jednostką czasu obserwatora θ_1 . Wtedy

$$v_{21} = \frac{PQ}{OP}, \quad v_{32} = \frac{QS}{OQ} \quad \text{i} \quad v_{31} = \frac{PS}{OS}.$$

Z podobieństwa trójkątów QST i QOP wynika: $\frac{ST}{QS} = \frac{1}{OQ}$, czyli $ST = v_{32}$ oraz $\frac{TQ}{ST} = \frac{PQ}{ST} = v_{21}$,

czyli $TQ = v_{32} \cdot v_{21}$. Stąd prędkość θ_3 względem θ_1 $v_{31} = \frac{ST + TW}{1 + TQ} = \frac{v_{32} + v_{21}}{1 + v_{32} \cdot v_{21}}$.



Planety w sierpniu i we wrześniu 1985 r.

28 sierpnia Merkury będzie w największej elongacji zachodniej, a więc z Ziemi widoczny będzie najdalej na zachód od Słońca, niewiele przed jego wschodem. W okolicach tej daty można go zaobserwować nad ranem nisko nad wschodnim horyzontem.

W sierpniu i we wrześniu Wenus, podobnie jak Merkury, widoczna jest o brzasku we wschodniej stronie nieba.

Również Mars w tych miesiącach pojawia się na niebie porannym. Przeszedł on fazę koniunkcji (złączenia) ze Słońcem 6 lipca i od tej pory coraz wcześniej wschodzi przed Słońcem. Na początku września wraz z Merkurym i Regulesem (α Lwa) utworzy charakterystyczną konfigurację trzech dość jasnych obiektów niebieskich. 4 września o godzinie 23 Mars znajdzie się zaledwie 0,8 na północ od Merkurego. Choć o tej porze nie będą jeszcze widoczne, to nawet parę godzin później, gdy oba ciała pojawią się już nad horyzontem, będą jeszcze bardzo blisko siebie. 9 września Mars przejdzie 0,7 na północ od Regulusa.

Jowisz przez cały rok 1985 przebywa w konstelacji Koziorożca. Jego okres obiegu wokół Słońca wynosi 12 lat, a więc średnio jeden gwiazdozbiór zodiakalny przemierza w ciągu roku. Faza koniunkcji Jowisza ze Słońcem przypadła w czasie, gdy gwiazdozbiór Koziorożca nie był widoczny, mianowicie w styczniu. Jego opozycja nastąpi 4 sierpnia, najlepiej więc obserwować go w okolicach tej daty. Jest wtedy obiektem $-2,8$ wielkości gwiazdowej.

Saturn i Uran w sierpniu i we wrześniu świecą na niebie wieczornym nisko nad zachodnim horyzontem. Uran, choć teoretycznie powinien być widoczny gołym okiem, jest trudny do odnalezienia, bowiem w tym roku znajduje się pomiędzy gwiazdozbiorami Strzelca i Skorpiona, w obszarze Drogi Mlecznej, bardzo bogatym w gwiazdy podobnej jak on jasności.

J. U.



Rozwiązanie zadania M 405. Wykażemy tezę zadania indukcyjnie ze względu na n — liczbę skrzyżowań w mieście. (Skrzyżowanie to punkt, w którym spotykają się trzy lub więcej dróg.) Dla $n = 1$ teza jest oczywista. Przypuśćmy, że w dowolnym mieście o co najwyżej n skrzyżowaniach teza zadania zachodzi. Rozważmy miasto B z $n + 1$ skrzyżowaniami. Niech x i y będą dowolnymi sąsiednimi skrzyżowaniami w B . W pewnym okresie remontu na ulicy łączącej x i y wprowadzono ruch jednokierunkowy: np. z x do y . Rozważmy najkrótszą możliwą wówczas drogę z y do x , droga ta wraz

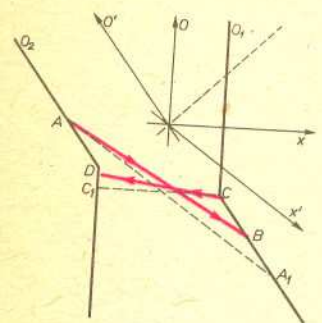
z ulicą z x do y tworzy zamknięty cykl S (bez przecięć). Rozpatrzmy teraz miasto B' którego plan jest utworzony z planu B przez „sklejenie” wszystkich skrzyżowań leżących na S w jedno skrzyżowanie s łączące wszystkie ulice ze sklejaných skrzyżowań (być może plan miasta B' nie da się zrealizować na płaszczyźnie, ale to niczemu nie przeszkadza). B' spełnia założenia zadania i ma nie więcej niż n skrzyżowań, a więc można w B' wprowadzić ruch jednokierunkowy. W B możemy teraz w cyklu S ustalić ruch w jedną (dowolną) stronę, a na pozostałych ulicach wprowadzić ruch jednokierunkowy, taki jak, na odpowiadających im ulicach B' .

Jeśli na przykład w układzie O_2 poruszają się naprzeciw siebie dwie cząstki o prędkościach $v_{21} = v_{22} = 0,9$, to ich prędkość względna jest równa „tylko” $v_{31} = 0,994$, a nie 1,8, jak wynikałoby z (*). Czytelnikowi pozostawiamy sprawdzenie, że dla dowolnych v_{32} i v_{21} prędkości $v_{31} < 1$.

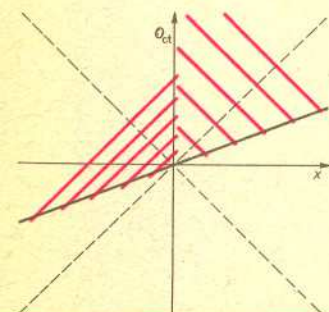
Prędkość światła jest maksymalną prędkością, z jaką mogą rozchodzić się sygnały. Dlatego zaskakująca może się wydać informacja, iż promień światła obracającego się pulsara padając na Ziemię tworzy „płamkę świetlną”, która może się przesuwać z prędkością dużo większą od prędkości światła. Na przykład dla pulsara w Mgławicy Krab prędkość ta jest równa około 10^{18} km/s. Jednak żadna informacja nie może być w ten sposób przekazywana między dwoma punktami na Ziemi, bo każdy punkt toru płamki tworzą nowe fotony nadchodzące z pulsara. Jeśli mimo wszystko przyjmijemy możliwość rozchodzenia się sygnałów z dowolną prędkością, napotkamy istotne trudności. Na rysunku 6c dwaj obserwatorzy O_1 i O_2 wymieniają między sobą sygnały. Obserwator O_1 porusza się ruchem jednostajnym (w układzie O), a następnie zatrzymuje się. Obserwator O_2 początkowo spoczywa, a potem zaczyna poruszać się z prędkością równą początkowej prędkości O_1 . Czytelnik łatwo sprawdzi, że zdarzenia A i A_1 oraz C i C_1 są równoczesne z punktu widzenia obu obserwatorów. Załóżmy, że O_2 wysłał w kierunku O_1 sygnał o nadświetlnej prędkości (zdarzenie A). Odbiór sygnału przez O_1 (zdarzenie B) nastąpił w chwili późniejszej niż A_1 . W odpowiedzi O_1 wysłał sygnał (zdarzenie C), który odebrał O_2 (zdarzenie D). Zdarzenie D jest niewątpliwie skutkiem zdarzenia A , a jednak z punktu widzenia obserwatora O_2 zachodzi wcześniej niż A , czyli skutek poprzedził przyczynę. Taka pętla przyczynowo-skutkowa jest więc sprzeczna z zasadą przyczynowości głoszącą, iż obecnie nie możemy wpływać na to, co działo się w przeszłości.

Na zakończenie — akademicki problem dla Czytelnika. Rysunek 6d przedstawia linię świata emitującej światło cząstki o nadświetlnej prędkości. Co zaobserwuje inercjalny obserwator $O?$

(cdn.)



Rys. 6c



Rys. 6d