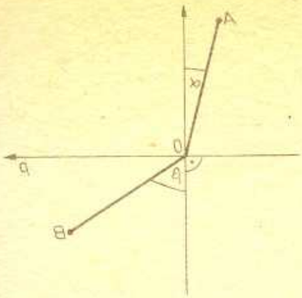
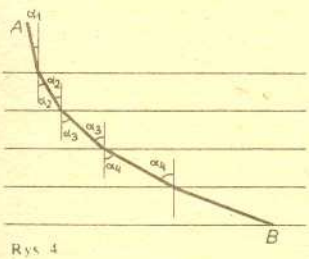
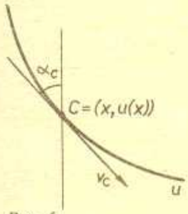


Rys. 3



Rys. 4



Rys. 5

Równanie (2) dla funkcji y realizującej minimum czasu możemy otrzymać inaczej. Jak wiadomo (można to zresztą łatwo sprawdzić analitycznie), najszybszą drogą z punktu A do punktu B (rys. 3) przy założeniu, że prędkości V_1 powyżej i V_2 poniżej prostej p są stałe, jest łamana $A\ O\ B$, przy czym zachodzi równość

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{V_1}{V_2}.$$

Jeśli między A i B mamy pewną liczbę pasów (rys. 4), w których prędkości są stałe, to dla najszybszej drogi muszą zachodzić równości

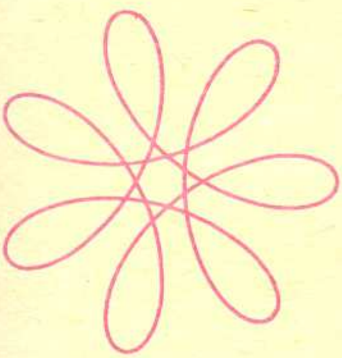
$$\frac{\sin\alpha_1}{V_1} = \frac{\sin\alpha_2}{V_2} = \ldots = \frac{\sin\alpha_n}{V_n},$$

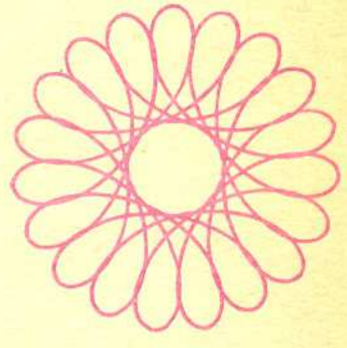
a więc $\frac{\sin\alpha_k}{V_k} = \text{const.}$

Jeśli liczba pasów będzie wzrastała nieograniczenie, a szerokość dążyła do zera, innymi słowy prędkość poruszającego się ciała będzie zależała tylko od odległości tego ciała od prostej p, to w każdym punkcie C najszybszej drogi (rys. 5) powinno być spełnione równanie

$$\frac{\sin\alpha_C}{V_C} = \text{const.}$$

W naszym zadaniu wiemy, że $V_C = \sqrt{2gu}$,
z drugiej strony $\operatorname{ctg}\alpha_C = u'(x)$,
tak więc $\sin\alpha_C = \dfrac{1}{\sqrt{1+(u'(x))^2}}$
i otrzymujemy równanie $u\cdot(1+(u')^2) = \text{const.}$
(Zauważmy, że w rozumowaniu powyższym założyliśmy istnienie rozwiązania — co wcale nie musiało być prawdą. Istnienie takiego rozwiązania trzeba by więc udowodnić innymi metodami.)





Zadania

Redaguje mgr Witold MARCISZEWSKI

M 401. Danych jest 2^n skończonych ciągów złożonych z zer i jedynek. Żaden z ciągów nie jest początkiem innego. Dowieść, że suma długości tych ciągów nie jest mniejsza niż $n\cdot 2^n$.
Rozwiązanie na str. 15

M 402. Mamy skończony zbiór P punktów płaszczyzny. Każdy trójkąt o wierzchołkach w P ma powierzchnię mniejszą niż 1. Wykazać, że pewien trójkąt o powierzchni mniejszej niż 4 zawiera cały zbiór P.
Rozwiązanie na str. 3

M 403. Znaleźć ostatnie 1000 cyfr liczby $M = 1+40+40^2+\ldots+40^{999}$
Rozwiązanie na str. 14

Redagują mgr Tomasz TRATKIEWICZ i mgr Włodzimierz ZIELICZ

F 174. Na podstawę szklanego walca padają pod różnymi kątami promienie świetlne. Które z promieni dotrą do drugiej podstawy?
Rozwiązanie na str. 2

F 175. Obserwując zachowanie rozlanej rtęci stwierdzamy, że niewielkie kropelki zlewają się chętniej niż duże. Jak wyjaśnić to zjawisko?
Rozwiązanie na str. 16

Rozwiązanie węzłów

Aby pokazać, że $F_K(x,y) = F_{K'}(x,y)$, wystarczy zastosować regułę z warunku C do skrzyżowania p w K i do skrzyżowania q w K':