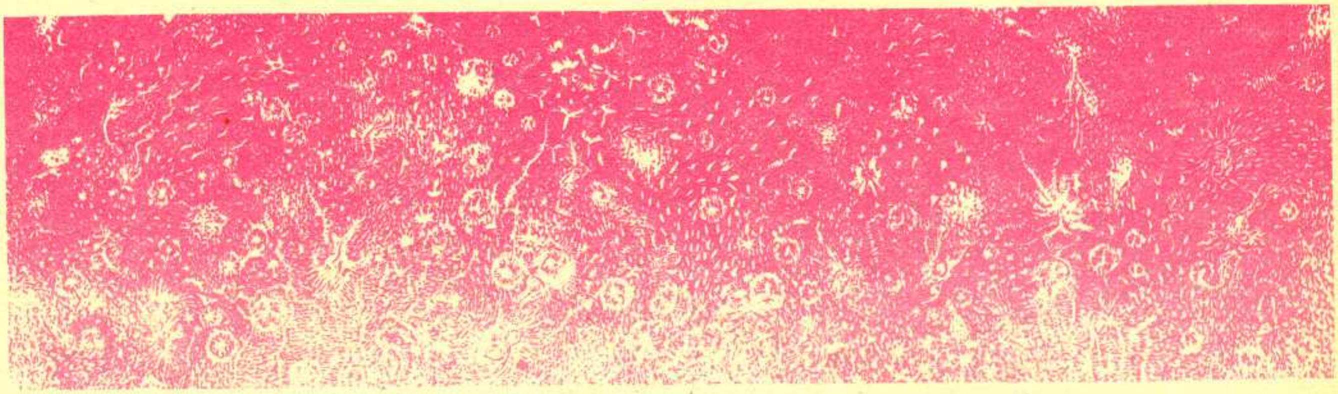
Rozwiązanie zadania M 396. Zauważmy, że $\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}-\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right)^3 =$ $= \sqrt{5}+2-3\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}\right)^2\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right)+$ $+3\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}\right)\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right)^2-\sqrt{5}+2 =$ $= 4-3\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}\right)\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right)\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}-\right.$ $\left.-\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right) = 4-3\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}-\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right)$, a więc liczba $\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}-\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$ jest pierwiastkiem równania $x^3+3x-4 = 0$. Z drugiej strony $x^3+3x-4 = (x-1)\cdot(x^2+x+4)$, czyli 1 jest jedynym rzeczywistym rozwiązaniem równania $x^3+3x-4 = 0$, stąd $\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}-\sqrt[3]{\sqrt{5}-2} = 1$.

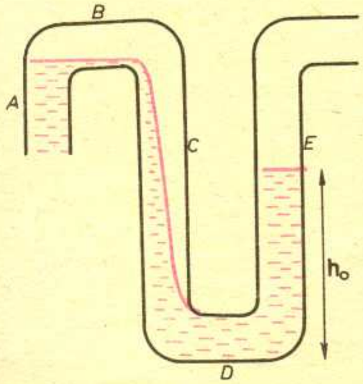
Natta badał polimeryzację propylenu. Powstaje w tym procesie polipropylen — łańcuch z bocznymi grupami metylowymi. Do odkrycia Natty znany był tylko polipropylen o budowie przedstawionej na rysunku c). Zastosowanie nowych katalizatorów, opracowywanych w tym czasie przez Zieglera w RFN, doprowadziło Nattę do uzyskania struktury regularnej a). Natta zauważył, że w jednym z otrzymanych polimerów w przezroczystej masie, charakterystycznej dla polimeru o budowie bezładnej, znajdują się nieprzezroczyste wtrącenia w ilości zaledwie kilku procent masy produktu. Okazało się, że jest to krystaliczny polipropylen. Dalsze badania rentgenowskie pozwoliły na ustalenie, że ma on strukturę typu a). Odkrycie to (Nagroda Nobla dla Zieglera i Natty w 1963 roku) otworzyło nowe perspektywy przed chemią polimerów. Udoskonalono pierwotnie zastosowane, mało wydajne katalizatory i przeprowadzono syntezę wielu nowych polimerów o regularnej strukturze.

Współczesna chemia i fizyka polimerów opiera się na trzech omówionych odkryciach. Opracowane w latach pięćdziesiątych metody polimeryzacji stosowane są obecnie nie tylko do syntezy polimerów o znaczeniu technicznym, ale również do syntezy biopolimerów, które zbudowane są z makrocząsteczek o ściśle określonej długości i są optycznie czynne, a więc grupy boczne muszą być w nich uszeregowane w ściśle określony sposób.



Teoria kategorii

Rozwiązanie zadania F 171. Po otworzeniu zaworu woda wypełni odcinek A rurki i zacznie przepływać do części D i E. Po wypełnieniu zagięcia D w części B i C pozostanie „korek" powietrza (rysunek) o ciśnieniu przewyższającym o $h_0\varrho$ ciśnienie atmosferyczne (h_0 — wysokość wody w części E). W tej sytuacji równowagę w części A zapewniłby poziom wody w naczyniu równy $h+h_0$. Tak więc, woda może dotrzeć do zagięcia F, jeśli $H > 2h$. Powtarzając to rozumowanie dla następnych ogniw rurki dochodzimy do wniosku, że woda dojdzie do n-tego ogniwa, jeśli poziom wody w naczyniu $H > n\cdot h$. Jak zmieni się ten wynik po uwzględnieniu ściśliwości powietrza?



Rozwój matematyki w ostatnich dziesięcioleciach przyniósł wiele trudnych wyników, doprowadził do udowodnienia wielu starych i nowych hipotez: hipotezy Poincarego dla sfer $S^n (n \geqslant 4)$, hipotezy Mordella dotyczącej rozwiązań równań w liczbach całkowitych, hipotezy Weila, klasyfikacji grup prostych. Wymagało to użycia bardzo złożonych środków, narzędzi i metod. Z biegiem czasu matematyka komplikuje się coraz bardziej, nawarstwiają się nowe pojęcia i coraz to skuteczniejsze metody. Posługiwanie się tymi pojęciami i metodami staje się coraz trudniejsze. Konieczne jest wprowadzenie pewnych uproszczeń; nieraz trzeba odrzucić niepotrzebny balast terminologiczny lub pojęciowy. Istotną staje się sprawa doboru zasobu terminów języka matematycznego, którym się posługujemy. W początkach XX wieku w rozwoju matematyki ważną rolę odegrał wprowadzony wtedy język teorii zbiorów, doprowadził on do pewnej unifikacji i uproszczeń terminologii oraz ułatwił wyłonienie się i rozkwit nowych teorii matematycznych. W drugiej połowie XX wieku rolę taką spełnia język teorii kategorii. Wprowadzenie tego języka — a stało się to w latach pięćdziesiątych tego wieku — wywołało rewolucję zwłaszcza w geometrii i algebrze. Wystarczy porównać artykuły pisane obecnie i przed II wojną światową. W wielu artykułach opublikowanych w ostatnich latach roi się od strzałek zestawionych w złożone nieraz konfiguracje — nazywane diagramami. Każda strzałka reprezentuje pewne przekształcenie (lub nawet zbiór pewnych przekształceń).

Zastąpienie przekształcenia przez strzałkę to nie tylko pewien sugestywny sposób oznaczania, ale przede wszystkim oderwanie się od tych cech, które dotyczą wartości przekształcenia na poszczególnych elementach. Ułatwia to skupienie uwagi na tych ogólnych własnościach, które dotyczą wzajemnych powiązań rozpatrywanych przekształceń oraz ich roli i miejsca wśród wszystkich przekształceń. Ten nowy sposób myślenia — oderwanie się od teoriomnogościowej natury przekształcenia i zastąpienie go strzałką — doprowadził do pewnej unifikacji matematyki oraz ułatwił wykrycie i badanie związków łączących różne teorie matematyczne (np. topologii i teorii grup). Bez niego — wydaje się — nie doszłoby do najbardziej charakterystycznych i spektakularnych odkryć współczesnej matematyki. Bez tego uproszczenia — zastąpienia przekształcenia przez strzałkę — analiza i zrozumienie własności skomplikowanych konfiguracji przekształceń byłyby chyba niemożliwe, a wydaje się, że jest to jedyna metoda wielu dowodów twierdzeń współczesnej matematyki. Zdarza się czasem, że prosta na pozór uwaga, banalne — jak by się wydawało — uproszczenie ma daleko idące konsekwencje. Wprowadzenie strzałki zamiast przekształcenia jest doskonałym tego przykładem.