

Nietypowy pojedynek

Trzej panowie, nazwijmy ich A , B i C , postanowili stoczyć pojedynek. Ustalono broń — pistolety i reguły walki. Zawodnicy stojąc w wierzchołkach trójkąta mieli w ustalonej losowo kolejności oddawać strzał. Cel mogli wybierać dowolnie.

A był mistrzem, jego kule nigdy nie chybiały; B strzelał nieco gorzej, raz na 10 strzałów pułdował; natomiast tylko połowa strzałów C była celna. Przypuśćmy, że każdy będzie przestrzegał optymalnej dla siebie strategii — tak dobierał cel, by niezależnie od poczyną przeciwników mieć jak największą szansę przeżycia. Czytelniku, czy potrafisz powiedzieć, zwycięstwo którego z panów jest najbardziej prawdopodobne?

Otóż wcale nie A czy B . Najłatwiej zwyciężyć słabeuszowi C . Co więcej, jego szanse na to zwycięstwo są większe niż $\frac{1}{2}$. Musi on tylko właściwie wybierać cel — dopóki żyją obaj przeciwnicy, strzelać w ... powietrze.

Jeżeli kolejność strzelania dochodzi do B , musi on próbować zabić A — inaczej zginie z jego ręki. Tak samo A musi wybierać B jako swój cel. Jeśli więc A strzela przed B

(a prawdopodobieństwo tego jest równe $\frac{1}{2}$), to zabija B i wtedy C zwycięża

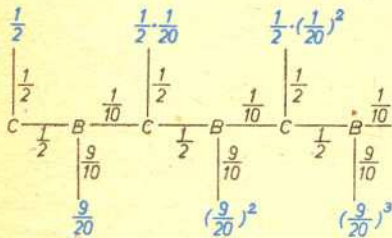
z prawdopodobieństwem $\frac{1}{2}$ (gdy nie spuści). Sytuacja nieco się komplikuje, gdy B strzela

przed A . Pułduje wtedy z prawdopodobieństwem $\frac{1}{10}$ i mamy sytuację poprzednią. Jeśli zaś

zabije A , to szansa zwycięstwa C jest równa $\frac{10}{19}$ (patrz rysunek). Tak więc

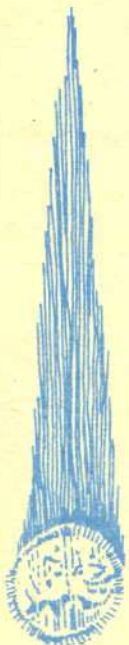
prawdopodobieństwo tego, że zwycięży C , jest równe

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{10}{19} = \frac{1}{2} + \frac{9}{760}.$$



Kreski pionowe oznaczają strzał celny, poziome chybioty. Liczby po strzałach celnych podają prawdopodobieństwo takiego zakończenia pojedynku. Prawdopodobieństwo zwycięstwa C jest w tej sytuacji równe

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{20} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{20} \right)^2 + \dots = \\ = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{20}} = \frac{10}{19}. \end{aligned}$$



Zadania

Redaguje mgr Witold MARCISZEWSKI

M 392. Udowodnić, że prosta przechodząca przez wierzchołek A trójkąta ABC i dzieląca na połowy środkową opuszczoną z wierzchołka C dzieli bok BC w stosunku 1:2.

Rozwiązanie na str. 12

M 393. Dany jest skończony zbiór kwadratów o sumie pól równej 1. Wykazać, że można je tak ułożyć w kwadracie o boku $\sqrt{2}$, by nie zachodziły na siebie (dla mniejszego kwadratu może to nie być prawdą).

Rozwiązanie na str. 12

M 394. Sto dodatnich liczb x_1, x_2, \dots, x_{100} spełnia warunki:

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{100}^2 > 10\,000,$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{100} < 300.$$

Wykazać, że wśród tych liczb znajdują się trzy, których suma jest większa od 100.

Rozwiązanie na str. 3

Redagują mgr Tomasz TRATKIEWICZ i mgr Włodzimierz ZIELICZ

F 168. W silniku fotonowym, opisywanym w literaturze science-fiction, zasób paliwa przetwarzany jest na ukierunkowaną wiązkę światła. Przypuśćmy, że w ciągu 20 lat czasu własnego rakiety chcemy dotrzeć do odległego od Ziemi o 30 tysięcy lat świetlnych centrum Galaktyki. Jaka powinna być minimalna masa paliwa, jeśli końcowa masa rakiety ma być równa 100 ton? Zakładamy, że czas przyspieszania i hamowania rakiety jest dużo krótszy od czasu trwania całego lotu.

Rozwiązanie na str. 13

F 169. Ciśnienie promieniowania można zaobserwować w radiometrze Crooke'a — przyrządzie składającym się z czterech skrzydełek zamocowanych na pionowej osi. Całość zamknięta jest w bańce próżniowej. Jedna strona każdego skrzydełka jest posrebrzona, a druga zaczerniona. Gdy na skrzydełka pada światło, zaczynają się one obracać. Dlaczego kierunek obrotu zależy od tego, czy w bańce jest próżnia, czy też pozostały w niej resztki gazu?

Rozwiązanie na str. 13