 Położony na gładkim stole zegarek zacznie wykonywać drgania przeciwne w fazie do drgań wahadła. W przypadku, gdy zegarek jest unieruchomiony i porusza się tylko wahadło, moment siły działający na wahadło proporcjonalny jest do kąta φ_1 opisującego jego wychylenie z położenia równowagi. Równanie ruchu ma postać

$$I_1 \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} = -\alpha\varphi_1.$$

Rozwiązaniem są drgania o okresie $T = 2\pi\left(\frac{I_1}{\alpha}\right)^{1/2}$. Gdy zegarek może również wykonywać drgania (niech kąt, o jaki odchyli się od położenia równowagi, wynosi φ_0), moment siły proporcjonalny jest do różnicy kątów wychyleń zegarka i wahadła. Odpowiednie równania ruchu mają postać

$$I_1 \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} = -\alpha(\varphi_1-\varphi_0),$$

$$I_0 \frac{d^2\varphi_0}{dt^2} = -\alpha(\varphi_0-\varphi_1).$$

Okres drgań wynosi teraz

$$\tilde{T} = 2\pi\left(\frac{I_1 I_0}{\alpha(I_0+I_1)}\right)^{1/2}.$$

Względna zmiana okresu wynosi

$$\frac{\tilde{T}-T}{T} = \left(1+\frac{I_1}{I_0}\right)^{-1/2} - 1 \approx -\frac{I_1}{2I_0},$$

a więc zegarek zacznie się spieszyć

Paradoks Algola

Teoria ewolucji gwiazd przewiduje, że obiekty bardziej masywne starzeją się szybciej, rozrzutniej gospodarując swymi zasobami energetycznymi. Fakt ten potwierdzają obserwacje. Na znanym zapewne Czytelnikom *Delty* diagramie H-R gwiazdy bardziej masywne prędzej „odchodzą" od obszaru zwanego ciągiem głównym do obszaru zajmowanego przez olbrzymy. Obserwacje gromad gwiazdowych są jednym z najprostszych dowodów tego teoretycznego wniosku. Zakłada się, że wszystkie gwiazdy gromady powstały w tym samym czasie i rzeczywiście okazuje się, że te najbardziej masywne są już olbrzymami, podczas gdy małomasywne przeżywają ciągle jeszcze spokojną fazę spalania wodoru w centrum (ciąg główny).

Paradoksalny wydaje się więc fakt, że w wielu układach podwójnych składnik mniej masywny „puchnie" szybciej niż jego masywniejszy towarzysz. Układy te zwane są algolami, a nazwa ta pochodzi od najbardziej znanej gwiazdy tego typu — Algola (β Perseusza).

W algolach gwiazdy mniej masywne są zwykle podolbrzymami, co oznacza, że są one jaśniejsze i większe od gwiazd ciągu głównego o tej samej masie. Jeśli więc obydwa składniki powstały w tym samym czasie (przyjęcie takiego założenia wydaje się być naturalne w przypadku układu podwójnego), stan, w jakim znajdują się aktualnie, przeczy przewidywaniom teoretycznym.

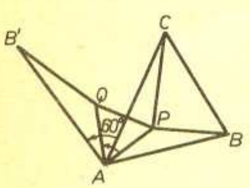
Dla wyjaśnienia sprzeczności między teorią i obserwacjami Crawford w 1955 roku zaproponował następujący scenariusz ewolucji takiego układu podwójnego:

Jedna z gwiazd — zwana składnikiem pierwotnym układu — była początkowo bardziej masywna, a więc zgodnie z teorią jej ewolucja przebiegała w szybszym tempie. W szczególności jej promień wzrastał prędzej niż promień drugiej gwiazdy, tak, że jako pierwsza wypełniła ona swoją powierzchnię Roche'a, po czym rozpoczął się przepływ masy na towarzysza. Z biegiem czasu masa składnika zmniejszała się przy jednoczesnym wzroście masy drugiej gwiazdy, aż w końcu doszło do odwrócenia stosunku mas — gwiazda początkowo bardziej masywna stała się obiektem o mniejszej masie. W takim stanie, tj. po odwróceniu stosunku mas obserwujemy większość algoli.

Wyjaśnienie paradosku Algola podane przez Crawforda jest w pełni akceptowane przez astronomów. Obserwacje zmian okresów układów podwójnych dostarczają informacji na temat aktualnego tempa wymiany masy między składnikami i są bardzo dobrym potwierdzeniem koncepcji Crawforda.

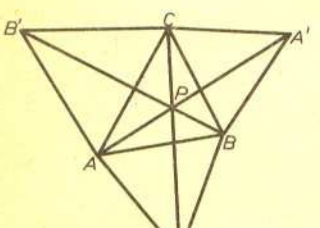
mgr Joanna UDALSKA

Problem Fermata



polega na znalezieniu punktu *P*, którego suma odległości od wierzchołków trójkąta *ABC* jest najmniejsza.

Biorąc pod uwagę dowolny punkt *P* obracamy trójkąt *APC* o kąt 60° otrzymując trójkąt *AQB'*. Zauważamy, że trójkąt *APQ* jest równoboczny. Wobec tego $AP+BP+CP = PQ+BP+QB' = BP+PQ+QB' \geqslant BB'$. Widać więc, że suma odległości punktu *P* od wierzchołków trójkąta będzie najmniejsza dla takiego punktu *P*, że punkty *B*, *P*, *Q* i *B'* będą leżały na jednej linii prostej. Punkt taki bywa nazywany punktem Fermata bądź punktem Torricellego.



Łatwo zauważyć, że dla takiego punktu *P* mamy $\sphericalangle APB = \sphericalangle BPC = \sphericalangle CPA = 120°$. Zauważając, że na poprzednim rysunku również trójkąt *AB'C* był równoboczny, otrzymujemy ciekawy sposób znalezienia tego punktu: Do trójkąta *ABC* dopisujemy trzy trójkąty równoboczne *ABC'*, *AB'C* i *A'BC* — odcinki *AA'*, *BB'* i *CC'* przecinają się w jednym punkcie *P* takim, że

$$AA' = BB' = CC' = AP+BP+CP$$

i jest to właśnie punkt Fermata-Torricellego.