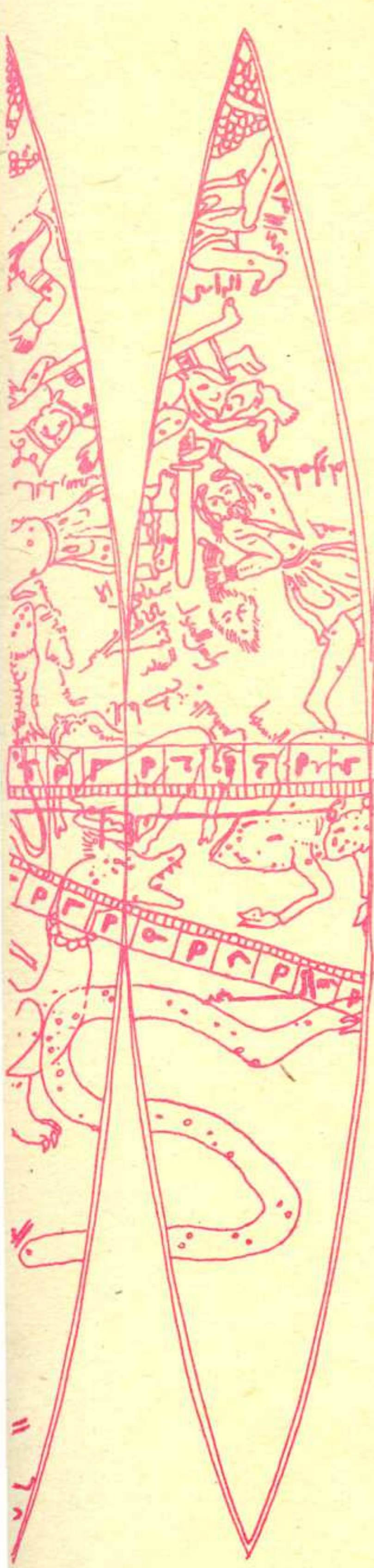
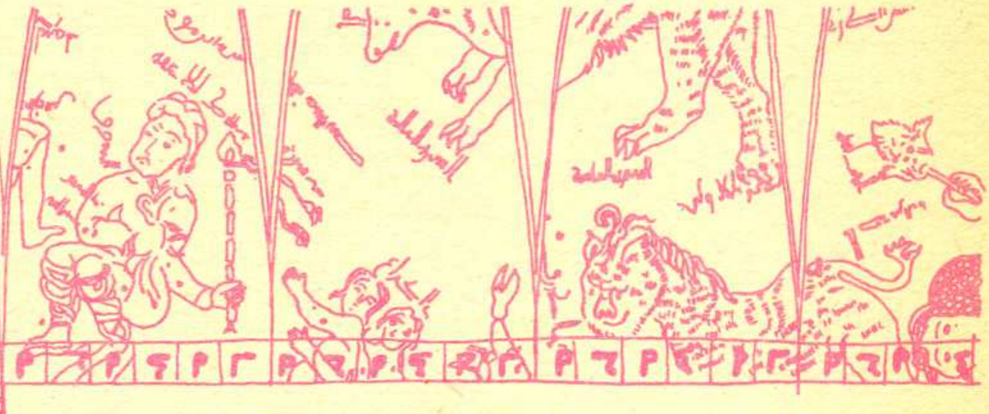
że każda strategia jest zwycięska, o którym to zdaniu wiemy już, że jest prawdziwe. Otóż okazuje się, że nawet tak osłabionego stwierdzenia nie potrafimy rozstrzygnąć na podstawie aksjomatów Peano. Arytmetyka Peano jest więc za słaba, by dowodzić pewnych, skądinąd prawdziwych, faktów dotyczących walki Heraklesa z hydrą. Gdyby więc nasz umysł funkcjonował na takiej samej zasadzie, na jakiej dowodzi się twierdzeń w systemie Peano, to nigdy byśmy się nie dowiedzieli, czy Heraklesowi udało się pokonać hydrę czy nie.

Opuśćmy jednak uroczy świat mitologii i wróćmy jeszcze na chwilę do matematyki. Znalezienie przykładów zdań sensownych i interesujących z matematycznego punktu widzenia, a niezależnych od arytmetyki Peano ma oprócz pokazania całkowitej nierealizowalności programu Hilberta inne jeszcze, tym razem pozytywne znaczenie. Wzmacnia ono mianowicie nadzieje na to, że za pomocą tych nowych metod, które pozwalają dowodzić niezależności od arytmetyki Peano pewnych konkretnych zdań o treści teorioliczbowej, uda się również powiedzieć coś np. o wielkim twierdzeniu Fermata czy innych wielkich, a otwartych jak dotąd problemach teorii liczb. Może są one niezależne od arytmetyki Peano i do ich rozstrzygnięcia używać trzeba silniejszych środków niż te, które są dostępne w elementarnej teorii liczb? A czy są one rozstrzygalne na gruncie teorii mnogości? Czy też są od niej niezależne? Pozytywna odpowiedź na ostatnie pytanie, tzn. pokazanie ich nierozstrzygalności w teorii mnogości byłoby wynikiem o wielkiej doniosłości filozoficznej. Dowodziłoby bowiem ich absolutnej nierozstrzygalności, tzn. nierozstrzygalności za pomocą jakichkolwiek metod i środków dostępnych w matematyce.





Zadania

Redaguje mgr Krzysztof S. NOWIŃSKI

M 365. Wykazać, że jeżeli ściany czworościanu mają równe pola, to są trójkątami przystającymi.
Rozwiązanie na str. 3

M 366. Znaleźć 100 cyfr liczby $(7+\sqrt{50})^{100}$ następujących po przecinku.
Rozwiązanie na str. 3

M 367. Obliczyć sumę

$$\left[\frac{n+1}{2}\right]+\left[\frac{n+2}{2^2}\right]+\ldots+\left[\frac{n+2^k}{2^{k+1}}\right]+\ldots$$

($[a]$ oznacza część całkowitą a, czyli największą liczbę całkowitą mniejszą lub równą a).
Rozwiązanie na str. 2

Redaguje mgr Tomasz TRATKIEWICZ

F 153. W zamkniętym naczyniu umieszczonym w próżni znajduje się mieszanina cząsteczek tlenu i tej samej liczby cząsteczek helu. Jaki jest skład gazu wypływającego z naczynia w chwilę po zrobieniu w ściance niewielkiego otworu?
Rozwiązanie na str. 16