

# Czarne dziury na niebie

Dr Bożena CZERNY

Od bardzo wielu lat astronomowie chcą zaobserwować na niebie czarne dziury. Ktoś mógłby poczuć się zdziwiony. Czarny obiekt to taki, który nie świeci, a więc którego nie widać. Co tu zatem obserwować? Jeśli ktoś trochę o czarnych dziurach słyszał, może się poczuć zdziwiony jeszcze bardziej. Czarne dziury to przecież obiekty wymyślone przez fachowców od ogólnej teorii względności, obdarzone tak silnymi polami grawitacyjnymi, że nawet cząstki światła — fotony — nie są w stanie z czarnej dziury uciec. Są to więc obiekty absolutnie czarne. A jednak je „widać”. Zacznijmy jednak od początku.

Wszystkie ciała oddziałują na siebie grawitacyjnie. Pierwszy opis tego oddziaływania zaproponował Newton podając prawo powszechnego ciążenia. Wszelkonośniejszą teorią oddziaływania grawitacyjnego jest opublikowana przez Einsteina w 1916 roku ogólna teoria względności. Według niej grawitacyjnie oddziałują nie tylko ciała obdarzone masą, ale wszelkie rodzaje energii; także fotony, czyli światło. Przewidywania ogólnej teorii względności różnią się od newtonowskiego opisu wtedy, gdy prędkości ciał są porównywalne z prędkością światła lub gdy mamy do czynienia z niezwykle silnymi polami grawitacyjnymi.

Astronoma interesuje przede wszystkim pole grawitacyjne, którego źródłem są gwiazdy. W przypadku gwiazdy takiej jak Słońce różnice między przewidywaniami ogólnej teorii względności a teorii Newtona są znikome. Znamy jednak gwiazdy o takiej samej masie, ale znacznie mniejszym promieniu. Pole grawitacyjne w pobliżu ich powierzchni jest znacznie silniejsze. Wprowadzimy teraz parametr, który będzie nam pomógł ten efekt określić. Posłużymy się w tym celu teorią Newtona, podobnie jak to zrobił Laplace prawie 200 lat temu.

Obliczymy prędkość ucieczki masy  $m$  z powierzchni gwiazdy o masie  $M$  i promieniu  $R$ . Prędkość cząstki  $v$  powinna być taka, by energia całkowita będąca sumą energii kinetycznej i potencjalnej była równa zero:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{R} = 0, \text{ skąd wynika } v^2 = \frac{2GM}{R}$$

( $G$  oznacza stałą grawitacji). Aby otrzymać parametr bezwymiarowy, podzielimy wynik przez kwadrat prędkości światła  $c$ . Powstanie wzór

$$\frac{v^2}{c^2} = \frac{2GM}{c^2 R}$$

Wielkość  $2GM/c^2$  nosi nazwę promienia grawitacyjnego. Jeśli promień gwiazdy jest znacznie większy od promienia grawitacyjnego, to efekty ogólnej teorii względności nie są ważne. Jeśli natomiast gwiazda o danej masie jest tak mała, że jej promień przewyższa niewiele promień grawitacyjny, to nawet światło ma kłopoty z oderwaniem się od jej powierzchni i fotony tracą znaczną część swej energii na pokonanie przyciągania grawitacyjnego. Jak przewiduje ogólna teoria względności, zwykle gwiazdy o promieniu mniejszym od grawitacyjnego nie istnieją. Siły wzajemnego przyciągania grawitacyjnego są tak ogromne, że żadne ciśnienie nie jest w stanie powstrzymać gwałtownego skurczenia się gwiazdy niemal do punktu. Powstaje czarna dziura, która w granicach swego promienia grawitacyjnego zasysa bezpowrotnie wszystko co napotka, łącznie z fotonami.

Astronomowie sądzą, że czarne dziury o masach kilkakrotnie przewyższających masę Słońca rzeczywiście istnieją. Do tego przekonania prowadzi znajomość budowy i ewolucji zwykłych gwiazd.

Gwiazdy młode lub stosunkowo młode, takie jak Słońce, mają w swym wnętrzu dużo wodoru. Wodór ten spala się powoli jak w gigantycznym, kontrolowanym reaktorze termojądrowym i powstaje hel. Energia, która przy tym się wydziela, powoduje, że Słońce świeci już od 4,5 miliarda lat, a będzie świecić drugie tyle. Ogromne temperatury wnętrza (rzędu piętnastu milionów stopni) powodują, że ciśnienie w Słońcu równoważy przyciąganie grawitacyjne. Istnieją też gwiazdy o masie nawet sto razy przekraczającej masę Słońca. Świecą jaśniej, ponieważ wyższe temperatury są potrzebne do zrównoważenia znacznie większych sił grawitacyjnych związanych z większą masą. Gwiazdy wyczerpują jednak swoje paliwo. Co się stanie, jeśli dalsze reakcje termojądrowe nie będą już możliwe? Gwiazda typu Słońca zamieni się wtedy w białego karła.

Stosunek promienia grawitacyjnego do promienia gwiazdy  
Masa = 1 masa Słońca,

$$\text{promień grawitacyjny} = \frac{2GM}{c^2} = 2,95 \cdot 10^3 \text{ cm}$$

Słońce	biały karzeł	gwiazda neutronowa	czarna dziura
0,00005	0,005	0,3	1

Skurczy się, jej promień osiągnie około 1/100 obecnej wartości, a zatem rozmiarami zbliży się do Ziemi. Przed dalszym kurczeniem pod wpływem grawitacji ochroni ją ciśnienie zdegenerowanych elektronów. Efekt polega na tym, że w wyniku zjawisk kwantowych elektrony wywierają pewne ciśnienie nawet wtedy, gdy temperatura jest równa zeru. Jeśli jednak masa gwiazdy przekracza 1,4 masy Słońca, ciśnienie to nie wystarczy, gwiazda musi się skurczyć. Kolejna szansa odzyskania równowagi nastąpi, gdy promień gwiazdy osiągnie zaledwie kilkanaście kilometrów. Powstaje gwiazda neutronowa. Źródło ciśnienia stanowią w niej zdegenerowane neutrony, także na skutek efektu kwantowego. Tak będzie dla gwiazd o masie mniejszej od dwóch—trzech mas Słońca. Jeszcze masywniejsze gwiazdy mają już tak silne pole grawitacyjne, że nawet ciśnienie zdegenerowanych neutronów nie jest wystarczające. Gwiazda musi kurczyć się dalej i zniknąć pod powierzchnią horyzontu, czyli sferą o promieniu równym promieniowi grawitacyjnemu. Powstanie czarna dziura.

Przewidzieć, która gwiazda zostanie czarną dziurą, a która nie, jest nieco trudniej niż by to wynikało z przedstawionego rozumowania, ponieważ w trakcie swego życia gwiazdy tracą sporą część swojej masy poprzez wiatr (taki, jaki wieje ze Słońca) lub w czasie ewentualnych wybuchów. Tym najmaszywniejszym trudno uniknąć tego losu. Poza tym gwiazdy mogą nie tylko tracić, ale i zyskiwać masę, a wtedy już nie ma żadnych szans ocalenia. Tak może się dzieć w ciasnych układach podwójnych gwiazd.

Dla poszukiwaczy czarnych dziur układy podwójne gwiazd przedstawiają się bardzo interesująco. Znamy z obserwacji wiele gwiazd podwójnych. Dwie gwiazdy takiego układu obiegają się wzajemnie. Ruch ten równoważy ich przyciąganie grawitacyjne; podobnie wygląda ruch satelity wokół Ziemi. Na ogół ruch obydwu gwiazd odbywa się po kołach o wspólnym środku, lecz różnym promieniu (w zależności od ich masy), z tą samą prędkością kątową. Podobnie jak Księżyc w stronę Ziemi, gwiazdy te zwracają się do siebie wciąż tą samą stroną.

Wyobraźmy sobie cząstkę gazu, która znajduje się na prostej przechodzącej przez środki obu gwiazd i wiruje wraz z nią. Można znaleźć takie jej położenie, w którym siły działające ze strony obu gwiazd na tę cząstkę równoważą się. Punkt ten określa strefy „wpływów” obu gwiazd. Jeśli tak się zdarzy, że jedna z gwiazd jest za duża i jej zewnętrzne części wystają poza jej własną strefę wpływów, to gaz zaczyna przepływać z niej do sąsiada. Tym sąsiadem może być na przykład czarna dziura. Mamy wtedy szansę ją zaobserwować. Samotna czarna dziura w pustej przestrzeni rzeczywiście byłaby niezauważalna. Natomiast w układzie podwójnym istnienie czarnej dziury musi manifestować się poprzez dwa efekty. Pierwszy to zwykle oddziaływanie grawitacyjne na drugą gwiazdę powodujące jej ruch po okręgu. Drugi to procesy zachodzące w przepływającej materii. Zajmiemy się najpierw drugim, ponieważ on właśnie pomoże szybko wyszukiwać na niebie te gwiazdy podwójne, które mogą być interesujące.

Popatrzmy na rysunek, który pomoże nam zrozumieć, jak wygląda przepływ gazu z jednej gwiazdy na drugą. Wypływ następuje w okolicach punktu równowagi. Ponieważ jednak punkt równowagi wiruje wraz z obiema gwiazdami wokół osi zaznaczonej krzyżykiem, to wypływająca materia ma pewien moment pędu. Formująca się struga nie może opaść bezpośrednio na drugą gwiazdę, ale mija ją, a następnie okrąża. Cząsteczki gazu w trakcie ruchu wokół gwiazdy są stopniowo wyhamowywane, tracą swój moment pędu. Gaz tworzy więc wokół gwiazdy płaski dysk. Materia dopływająca wciąż do dysku porusza się po ciasno nawiniętej spirali i osiada na gwiazdzie lub wpada do czarnej dziury. Strumień masy, jaki przepływa, zawiera się na ogół w granicach  $10^{16} - 10^{18}$  g/s, albo określając to inaczej,  $10^{-10} - 10^{-8}$  masy Słońca/rok.

Wytracaniu momentu pędu przez materię towarzyszy wydzielanie dużej ilości energii. Łatwo ją ocenić korzystając z teorii newtonowskiej. Energia całkowita cząstki o masie  $m$  na orbicie kołowej o promieniu  $r$  wokół gwiazdy o masie  $M$  jest równa

$$E(r) = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2} \frac{GMm}{r} - \frac{GMm}{r} = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{r}$$

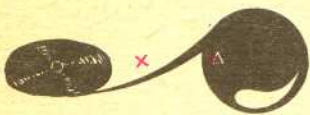
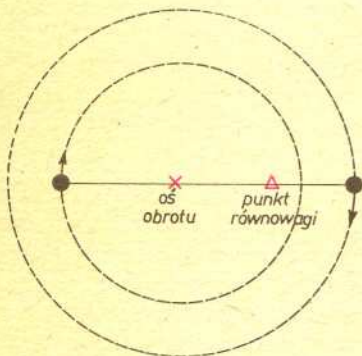
Daleko od gwiazdy energia ta jest praktycznie równa zero, przy zbliżaniu się do gwiazdy maleje. Nadmiar energii jest przez cząstki „wyświecany”. Pomiedzy orbitą o promieniu  $r + \Delta r$  oraz  $r$  cząstka musi stracić energię

$$E = E(r + \Delta r) - E(r) = \frac{dE(r)}{dr} \Delta r = \frac{1}{2} \frac{GMm}{r^2} \Delta r$$

Jeśli mamy do czynienia nie z jedną cząstką o masie  $m$ , ale ze strumieniem gazu o natężeniu  $\dot{M}$  gramów na sekundę, to energia wyświecana w ciągu sekundy pomiędzy orbitami  $r + \Delta r$  oraz  $r$  będzie równa

$$\Delta E = \frac{1}{2} \frac{GM\dot{M}}{r^2} \Delta r$$

Energia ta jest wyświecana przez dwie powierzchnie cylindra:  $2 \times 2\pi r \times \Delta r$ . Zatem strumień



Rozwiązanie zadania M 367.

Łatwo sprawdzić (rozpatrując przypadki

$$[a] \leq a < [a] + \frac{1}{2}, \quad [a] + \frac{1}{2} \leq a < [a] + 1$$

że  $[a + \frac{1}{2}] = [2a] - [a]$ . Mamy teraz

$$\begin{aligned} S &= \left[ \frac{n+1}{2} \right] + \left[ \frac{n+2}{4} \right] + \dots + \left[ \frac{n+2^k}{2^{k+1}} \right] + \dots = \\ &= \left[ \frac{n}{2} + \frac{1}{2} \right] + \left[ \frac{n}{4} + \frac{1}{2} \right] + \dots + \left[ \frac{n}{2^k} + \frac{1}{2} \right] + \dots = \\ &= \left( [n] - \left[ \frac{n}{2} \right] \right) + \left( \left[ \frac{n}{2} \right] - \left[ \frac{n}{4} \right] \right) + \\ &+ \dots + \left( \left[ \frac{n}{2^k} \right] - \left[ \frac{n}{2^{k+1}} \right] \right) + \dots \end{aligned}$$

Wszystkie wyrazy poczynając od  $K$ -tego, gdzie  $K = [\log_2 n] + 1$  są już równe 0. Redukując mamy wreszcie  $S = [n] = n$ .

promieniowania wychodzący z jednostki powierzchni jest równy

$$F = \frac{GMM}{8\pi r^3}$$

Określa on temperaturę gazu w dysku oraz typowy zakres widma, w jakim dysk świeci. Najwyższe temperatury są w pobliżu powierzchni gwiazdy lub horyzontu czarnej dziury. Możemy je ocenić korzystając ze wzoru

$$F = \sigma T^4,$$

gdzie  $T$  oznacza temperaturę,  $\sigma$  stałą Stefana-Boltzmann. Zatem temperatury dysku w pobliżu powierzchni gwiazdy mogą osiągać

$$T = \left( \frac{GMM}{8\pi R^3 \sigma} \right)^{1/4}$$

Przyjmijmy  $M$  równe dwóm masom Słońca,  $M$  równe  $10^{17}$  g/s oraz  $R$  równe 10 km. Otrzymamy temperaturę około 10 milionów stopni! Gaz w takiej temperaturze świeci przede wszystkim w dziedzinie rentgenowskiej.

Podsumujmy zatem dotychczasowe wnioski. Czarną dziurę mamy szansę odkryć, gdy stanowi składnik ciasnego układu podwójnego. Układ taki będzie widoczny na niebie jako źródło promieniowania rentgenowskiego. Natomiast nie każde takie źródło musi zawierać czarną dziurę, ponieważ proces przebiega podobnie, gdy materia opada na gwiazdę neutronową. Nie na tyle dokładnie potrafimy teoretycznie odtworzyć przebieg procesu, aby umieć z samego widma tylko odróżnić układ z gwiazdą neutronową od układu z czarną dziurą, a odległości są tak duże, że każdy taki układ jest dla nas tylko pojedynczym słabym punkcikiem widocznym przez teleskop. Widmo promieniowania od całego układu stanowi dla nas jedyne źródło informacji. Ratuje nas to, że potrafimy czasem określić masę gwiazdy, na którą splywa materia.

Z obserwacji udaje się zwykle wyznaczyć dwa parametry. Z regularnych okresowych zmian jasności układu wynika okres wzajemnego obiegu gwiazd. Drugi parametr to amplituda prędkości radialnej gwiazdy dostarczającej masę, który udaje się wyznaczyć, jeśli w widmie gwiazdy podwójnej w dziedzinie optycznej są widoczne linie widmowe należące do tej gwiazdy. Ich regularne ruchy raz w stronę fal dłuższych, raz krótszych, interpretowane jako efekt Dopplera, pozwalają wyznaczyć prędkość zbliżania się lub oddalania gwiazdy. Nie jest to jednak dokładnie prędkość ruchu gwiazdy na orbicie kołowej, ponieważ musimy pamiętać o tym, że zwykle oglądamy układ nie w płaszczyźnie jego ruchu, ale pod jakimś kątem.

Oprócz dwóch parametrów wyznaczonych z obserwacji musimy jeszcze, aby móc wyznaczyć poszukiwaną wartość masy, odgadnąć trzy, a mianowicie: odległość układu, kąt, pod którym go obserwujemy i jeszcze jakiś trzeci. Tym trzecim mogłaby być masa gwiazdy dostarczającej gazu. Okazuje się jednak, że znacznie dokładniej możemy odgadnąć jej promień.

Procedurę opartą na takiej zasadzie przeprowadzono dla różnych układów świecących rentgenowsko. Okazuje się, że w dwóch przypadkach, dla źródła Cyg X—1 oraz ostatnio odkrytego LMC X—3 wartość masy „ciemnego” ciała przekracza znacznie wartość dopuszczalną dla gwiazdy neutronowej. Powinny to być zatem czarne dziury!

Cyg X—1 jest pierwszym źródłem rentgenowskim odkrytym w gwiazdozbiórze Łabędzia (po łacinie Cygnus) na północnej półkuli nieba. Jest to źródło bardzo niespokojne, zmieniające jasność w odstępach sekund, jak i dni. Odkryte pod koniec lat sześćdziesiątych, precyzyjnie obserwowane było po raz pierwszy w 1971 roku przez satelitę rentgenowskiego Uhuru. Cyg X—1 leży w płaszczyźnie Drogi Mlecznej, około 8 tysięcy lat świetlnych od Słońca. Masę gwiazdy otrzymującej masę oceniono na większą od 6 mas Słońca.

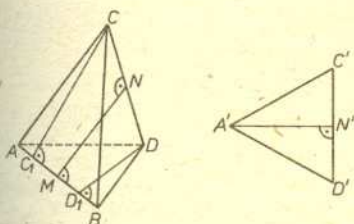
LMC X—3 jest trzecim źródłem rentgenowskim odkrytym w Dużym Obłoku Magellana (po ang. Large Magellanic Cloud), galaktyce widocznej gołym okiem na południowej półkuli nieba i odległej o 140 tysięcy lat świetlnych. LMC X—3 jest spokojniejsze od Cyg X—1, wysłała też mniej promieniowania w bardziej energetycznej części widma rentgenowskiego. Masę oceniono na większą od 9 mas Słońca.

Więcej takich „pewnych” kandydatów na czarną dziurę na razie nie odkryto. Czy te dwa przypadki, które omówiliśmy, są stuprocentowe? Jak widzieliśmy, wyciągnięcie wniosków wymaga wielu kroków pośrednich. Dokładność procedury wyznaczania masy wydaje się, co prawda, wystarczająca, by pokazać, że wynik jest większy niż dopuszczalna masa gwiazdy neutronowej. Cięż wątpliwości nadal jednak pozostaje i na pytanie, czy widać na niebie czarne dziury, lepiej jest odpowiedzieć: chyba tak.

„Gwiazdowe” czarne dziury, to znaczy takie, które stanowią końcowy etap życia gwiazdy, nie są jedynymi, jakich się poszukuje. Być może istnieją też gigantyczne czarne dziury, o masach milion czy nawet miliard razy większych, które ukrywają się w jądrach niektórych galaktyk. Ale to całkiem inna historia.

#### Rozwiązanie zadania M 365.

Rzut prostokątny czworoscianu  $ABCD$  względem krawędzi  $AB$  jest trójkątem  $A'D'C'$ , w którym bok  $A'D'$  jest równy wysokości  $DD_1$  ściany  $ABD$ ,  $A'C'$  jest równy wysokości  $CC_1$  ściany  $ABC$ , a wysokość  $AN$  jest rzutem odcinka  $MN$ ,  $M \in AB$ ,  $N \in CD$ ,  $AB \perp MN \perp CD$ . Trójkąty  $ABC$  i  $ABD$  mają z założenia równą pola i wspólny bok  $AB$ , więc  $CC_1 = A'C' = DD_1 = A'D'$ . Trójkąt  $A'C'D'$  jest zatem równoramienny i jego wysokość  $A'N'$  jest również środkową boku  $C'D'$ . Wynika stąd, że  $N$  jest środkiem boku  $CD$ . Analogicznie wskazujemy, że  $M$  jest środkiem boku  $AB$  i wobec tego  $MN$  jest osią symetrii czworoscianu. Podobnie osiami symetrii są proste  $PQ$  i  $RS$ , gdzie  $P$  jest środkiem  $AC$ ,  $Q$  — środkiem  $BD$ ,  $R$  — środkiem  $AD$  i  $S$  — środkiem  $BC$ . Z symetrii czworoscianu względem  $MN$  mamy  $ABD = ABC$  i  $BCD = ACD$ , z symetrii względem  $PQ$  wynika, że  $BCD = ABD$  i wobec tego wszystkie ściany są przystające.



$A'$  — rzut  $A, B, M, C, D_1$   
 $C'$  — rzut  $C$   
 $D'$  — rzut  $D$   
 $N'$  — rzut  $N$

#### Rozwiązanie zadania M 366.

Liczba  $(7 + \sqrt{5})^{100} + (7 - \sqrt{5})^{100} = 7^{100} + \binom{100}{1} 7^{99} \sqrt{5} + \binom{100}{2} 7^{98} (\sqrt{5})^2 + \dots + \binom{100}{1} 7(\sqrt{5})^{99} + (\sqrt{5})^{100} + 7^{100} - \binom{100}{1} 7^{99} \sqrt{5} + \binom{100}{2} 7^{98} (\sqrt{5})^2 + \dots - \binom{100}{1} 7(\sqrt{5})^{99} + (\sqrt{5})^{100} = 2 \cdot 7^{100} + 2 \binom{100}{2} 7^{98} 5 + 2 \binom{100}{4} 7^{96} 5^2 + \dots + 2 \cdot 5^{50}$  jest całkowita. Oznaczmy ją przez  $n$ . Mamy  $(7 + \sqrt{5})^{100} = n - (7 - \sqrt{5})^{100}$  i ponieważ  $7 - \sqrt{5} < \frac{1}{13}$ , więc  $(7 - \sqrt{5})^{100} < 10^{-101}$ . Wobec tego pierwsze 100 cyfr po przecinku w liczbie  $(7 + \sqrt{5})^{100}$  to dziewiątki.