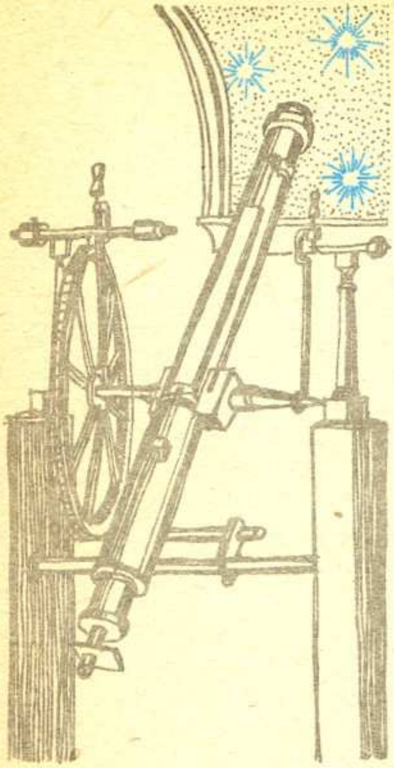
Jak wygląda orbita Ziemi?



Mgr Andrzej MAJHOFER

Każdy, kto zna prawa Keplera, bez trudu odpowie na tytułowe pytanie — oczywiście Ziemia porusza się po elipsie, w której ognisku znajduje się Słońce. Można dodać jeszcze prosty argument za tym, że elipsa ta bardzo mało różni się od okręgu — mianowicie brak wyraźnych zmian rozmiarów kątowych tarczy słonecznej. Można jednak dość łatwo obliczyć, na ile elipsa ta różni się od okręgu.

Niech punkty A i B na rysunku odpowiadają położeniom Ziemi w momentach odpowiednio równonocy wiosennej (ok. 21 marca) i jesiennej (ok. 23 września). Z drugiego prawa Keplera wynika, że czas ruchu Ziemi od A do B (t_{AB}) jest dłuższy niż od B do A (t_{BA}), ponieważ w pierwszym przypadku promień wodzący Ziemi zakreśla większe pole niż w drugim. Oznacza to, że wiosna i lato razem trwają dłużej niż jesień i zima. Różnica ta wynosi ok. 7 dni, a więc efekt jest wyraźny. Powiążemy to z parametrami orbity ziemskiej.

We współrzędnych biegunowych równanie elipsy ma postać (oznaczenia jak na rysunku):

$$(*) \qquad r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\varphi},$$

gdzie $e = \sqrt{a^2-b^2}/a$ jest tzw. mimośrodem elipsy określającym jej stopień spłaszczenia.

Z zasady zachowania momentu pędu (lub inaczej ze wspomnianego drugiego prawa Keplera) wiadomo, że prędkość kątowa i promień wodzący związane są zależnością

$$r^2\frac{d\varphi}{dt} = J = \text{const}.$$

Podstawiając tu (*) dostajemy

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{J}{(a(1-e^2))^2}(1+e\cos\varphi)^2,$$

skąd po rozdzieleniu zmiennych mamy

$$t_{AB} = C\int_{\pi/2}^{3\pi/2}\frac{d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2},$$

gdzie $C = (a(1-e^2))^2/J$.

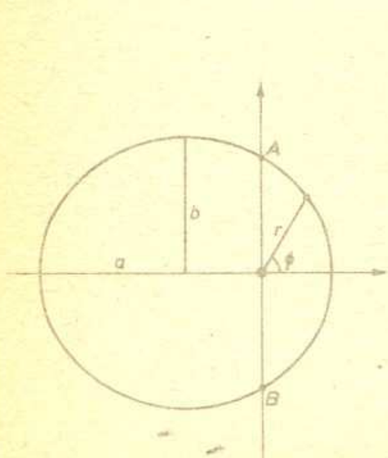
Skoro mimośród e określający odstępstwo orbity od kształtu kołowego jest mały (dla okręgu $e = 0$), to z dokładnością do wyrazu liniowego względem e jest

$$\frac{1}{(1+e\cos\varphi)^2} = 1-2e\cos\varphi,$$

a więc

$$t_{AB} = C\int_{\pi/2}^{3\pi/2}(1-2e\cos\varphi)d\varphi = C(\pi+4e),$$

$$t_{BA} = C\int_{-\pi/2}^{\pi/2}(1-2e\cos\varphi)d\varphi = C(\pi-4e).$$



Stąd

$$\frac{t_{AB}-t_{BA}}{t_{AB}+t_{BA}} = \frac{\Delta T}{T} = \frac{4e}{\pi}$$

i ostatecznie

$$e = \frac{\pi}{4}\frac{\Delta T}{T} = 0{,}015.$$

W rzeczywistości mimośród orbity ziemskiej $e = 0{,}0167$. Jedną przyczyną tej rozbieżności są oczywiście zastosowane tu uproszczenia rachunkowe. Druga, bardziej ukryta, polega na tym, że linia łącząca równonocne położenia Ziemi tworzy z dużą osią orbity kąt 77,5°, a nie prosty, jak przedstawiono na naszym rysunku.