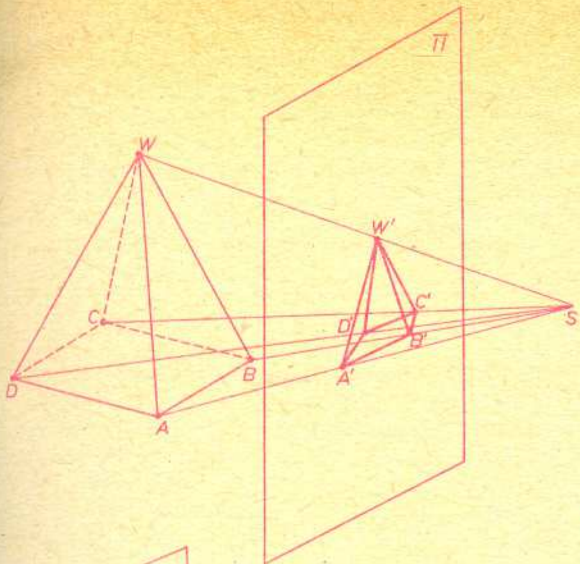
O anaglifach

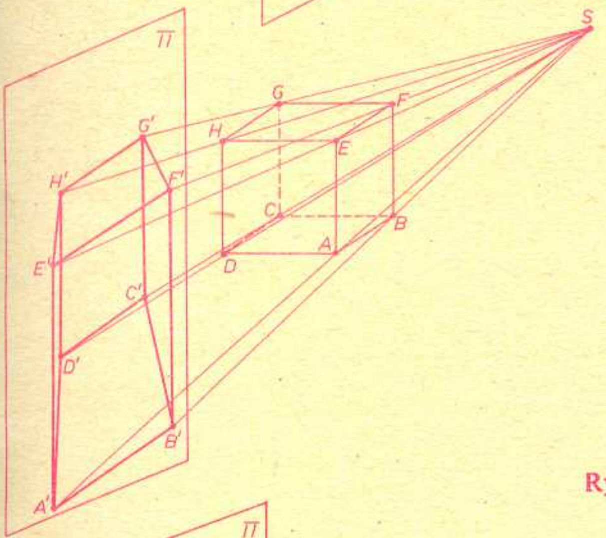
Prof. dr Edward OTTO

Anaglify są to pary obrazów tego samego przedmiotu wykonane z dwóch stanowisk, których odległość jest równa odległości pary oczu (około 70 mm); jeden z nich nazywać będziemy obrazem prawym, a drugi obrazem lewym. Jeżeli tak będziemy patrzeć, że lewy obraz będziemy widzieli tylko lewym okiem, a prawy tylko prawym, to wrażenie będzie takie, jak gdybyśmy patrzyli bezpośrednio na przedmiot.



Rys. 1

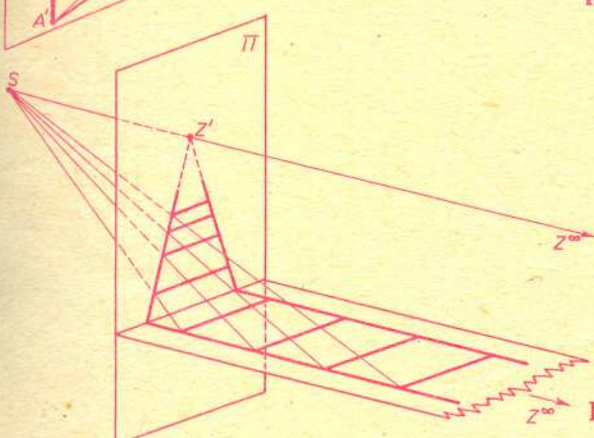
Najczęściej te dwa obrazy wykonujemy na jednym papierze, lewy tuszem czerwonym, a prawy tuszem zielonym i oglądamy przez okulary, które mają z lewej strony szkło zielone, a z prawej czerwone. Wtedy lewym okiem będziemy widzieli tylko lewy obraz, a prawym tylko prawy — oba jako czarne; czynić to będzie wrażenie bezpośredniego oglądania przedmiotu. Jak to można osiągnąć?



Rys. 2

Obrazy, o których była mowa, są to obrazy perspektywiczne. Aby więc rzecz wyjaśnić, należy powiedzieć, jak powstaje perspektywa (oczywiście jedna).

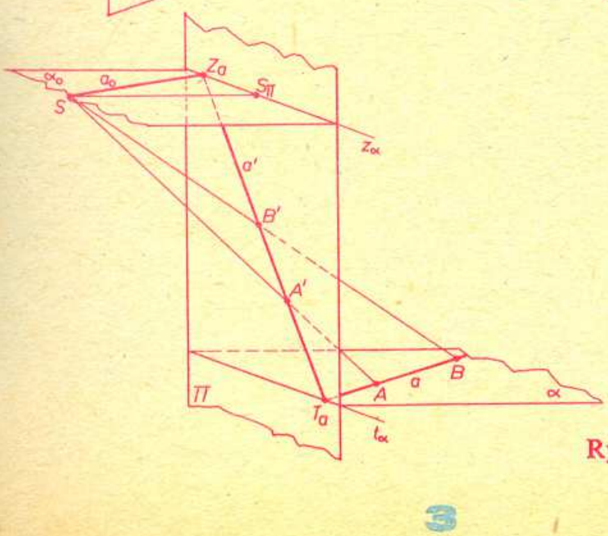
Oznaczmy przez π płaszczyznę obrazu (np. szybę), a przez S nie leżący na niej tzw. środek rzutu perspektywicznego. Promień światła wychodzący z punktu W i zdążający do punktu S przebija płaszczyznę π w punkcie W', który nazywamy rzutem albo obrazem perspektywicznym punktu W. Podobnie powstaje obraz perspektywiczny A' punktu A; widać, że obrazem (rys. 1) perspektywicznym prostej WA jest prosta $W'A'$ (jako przecięcie płaszczyzny π płaszczyzną AWS). Tak powstał obraz perspektywiczny ostrosłupa $ABCDW$; jeżeli figura F znajduje się między nieprzezroczystą płaszczyzną π a punktem S, to obrazem perspektywicznym F' będzie cień F przy oświetleniu skupionym w punkcie S (rys. 2).



Rys. 3

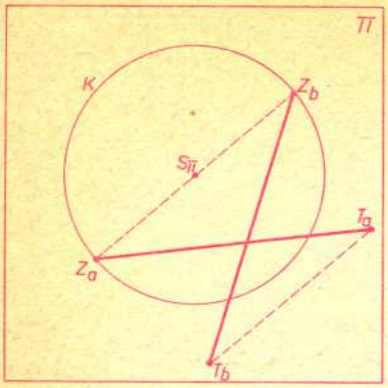
Na ogół para prostych równoległych w obrazie perspektywicznym przedstawia się jako para prostych przecinających się, jak to widać na rysunku 3 przedstawiającym prostoliniowy odcinek toru kolejowego. Wyjątek stanowią takie proste równoległe, które są równoległe do płaszczyzny π (np. progi linii kolejowej na rys. 3).

Celem tego krótkiego artykułu jest opis niezbędnych czynności potrzebnych do rysowania anaglifów. W tym celu podamy pewne reguły i konstrukcje rzutu perspektywicznego nieskomplikowanych figur geometrycznych.



Rys. 4

Na rzucie a' prostej a wyróżnić można (rys. 4) dwa punkty: punkt T_a zwany śladem tłowym, w którym prosta przebija płaszczyznę obrazu, oraz punkt Z_a, w którym prosta a_0 przechodząca przez środek rzutu S i równoległa do a przebija płaszczyznę obrazu π; nazywamy go śladem zbiegu prostej a, ponieważ obrazem ciągu punktów prostej a rozbieżnego do nieskończoności jest ciąg punktów zbieżny do Z_a. Oczywiście, dwie proste równoległe mają wspólny ślad zbiegu.



Rys. 5

Weźmy pod uwagę płaszczyznę α; jej przecięcie z płaszczyzną obrazu π nazywamy śladem tłowym t_α płaszczyzny α. Oznaczmy przez z_α przecięcie płaszczyzny obrazu π i płaszczyzny α_0 przechodzącej przez S równolegle do α; z_α nazywamy śladem zbiegu płaszczyzny α. Oczywiście $z_\alpha \parallel t_\alpha$. Z definicji śladów wynika, że

$$(a \subset \alpha) \Leftrightarrow [(T_a \in t_\alpha) \wedge (Z_a \in z_\alpha)]$$

oraz

$$(a \parallel \alpha) \Rightarrow (Z_a \in z_\alpha);$$

jest też $[(a \neq b) \wedge (a \cap b \neq \emptyset)] \Leftrightarrow [Z_a Z_b \parallel T_a T_b]$.

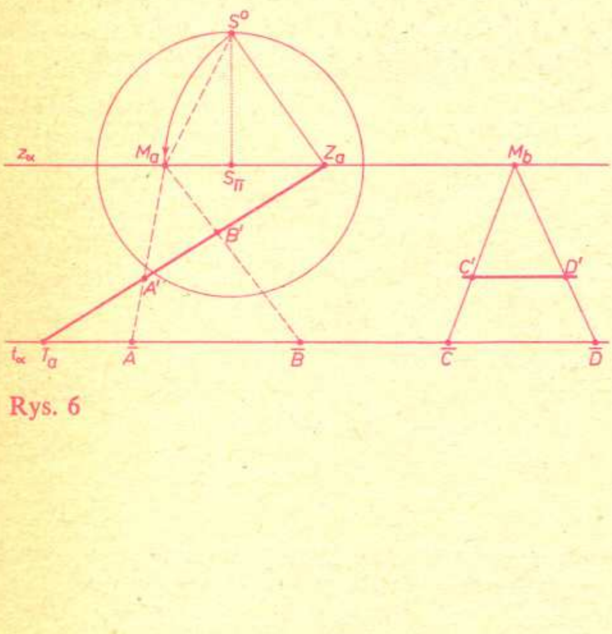
Przystępując do wykonania perspektywicznego obrazu przedmiotu trzeba najpierw określić położenie środka rzutów S względem płaszczyzny obrazu. Osiągamy to rysując rzut prostokątny S_π punktu S na π (rys. 5) oraz kreśląc okrąg K o środku S_π i o promieniu $r = SS_\pi$; K nazywamy okręgiem głębokości.

Z określenia śladu zbiegu Z_a prostej a wynika, że kąt między prostą a i płaszczyzną π wtedy i tylko wtedy wynosi $\frac{\pi}{4}$, gdy ślad zbiegu Z_a leży na okręgu K; jest też widoczne, że

$$(l \perp \pi) \Leftrightarrow (Z_l = S_\pi).$$

Jeżeli Z_a i Z_b są końcami średnicy okręgu K, to $a \perp b$.

Narysujmy rzut prostej a łącząc jej ślad zbiegu Z_a ze śladem tłowym T_a (rys. 6) i obierzmy na nim rzut $A'B'$ odcinka. Prawdziwą jego długość można otrzymać w następujący sposób: rysujemy ślady płaszczyzny α prostopadłej do π i zawierającej prostą a; ślad zbiegu $z_\alpha = Z_a S_\pi$ oraz ślad tłowy $t_\alpha \parallel z_\alpha$ i przechodzący przez T_a. Następnie rysujemy trójkąt prostokątny $Z_a S_\pi S^0$ przystający do trójkąta $Z_a S_\pi S$, zaznaczamy na śladzie zbiegu płaszczyzny α taki punkt M_a, że $Z_a M_a = Z_a S^0$ $(= Z_a S)$, punkt M_a łączymy z punktami A' i B' zaznaczając na śladzie tłowym t_α punkty $\bar{A} = t_\alpha \cap M_a A'$ i $\bar{B} = t_\alpha \cap M_a B'$. Odcinek $\bar{A}\bar{B}$ jest równy odcinkowi AB prostej a. (Aby to udowodnić, wystarczy zauważyć, że rzeczywisty trójkąt $T_a \bar{B} B$ jest podobny do trójkąta $Z_a M_a S^0$, gdzie $Z_a M_a = Z_a S^0$, wobec czego $T_a B = T_a \bar{B}$ i analogicznie dla punktu A). Punkt M_a nazywamy punktem mierzenia dla prostej a. Jeżeli zamiast prostej ukośnej a weźmiemy na płaszczyźnie α prostą b równoległą do π (tzn. do t_α), to rolę punktu mierzenia gra każdy punkt M_b prostej z_α, ponieważ czworokąt $C'D'\bar{D}\bar{C}$ jest rzutem równoległoboku. Zostało to wykorzystane na rys. 7 przy odmierzaniu odcinka $AB = \bar{A}\bar{B}$ na prostej b prostopadłej do danej płaszczyzny α.

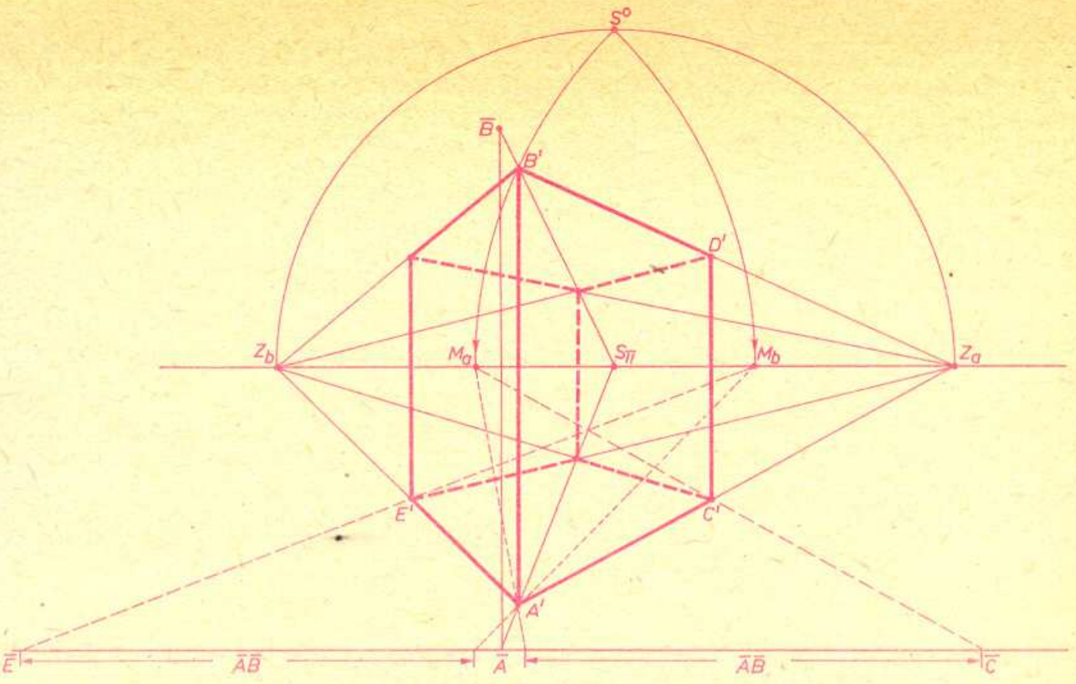


Rys. 6

Wykorzystując powyższą konstrukcję narysujemy perspektywę sześcianu stojącego jedną ścianą na poziomej płaszczyźnie α. Dla ułatwienia krawędzie podstawy niech będą ustawione pod kątem $\pi/4$ do płaszczyzny obrazu.

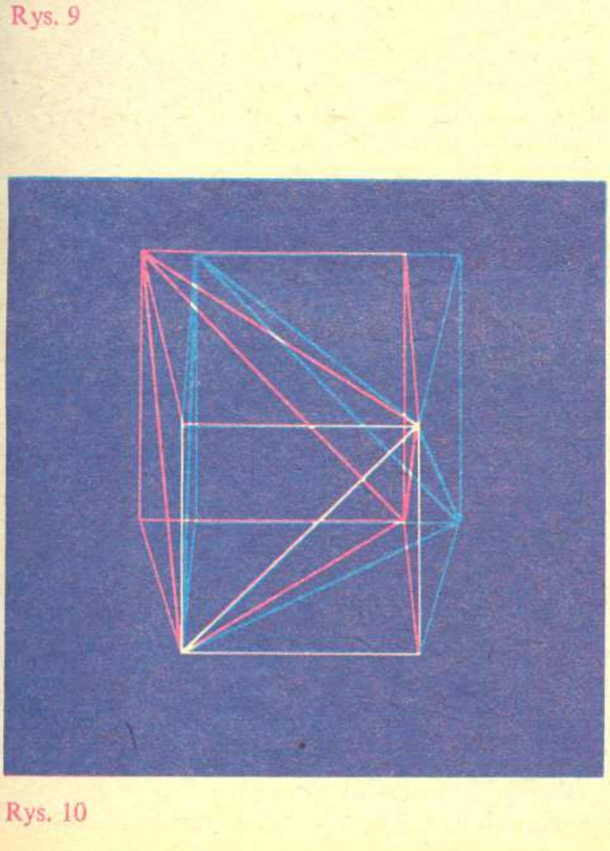
Jeżeli punkt A' został obrany dowolnie, to rzuty krawędzi otrzymamy łącząc A' z Z_a i Z_b, które są punktami przecięcia śladu zbiegu z_α i okręgu głębokości K. Odcinek m równy krawędzi sześcianu odmierzamy od punktu A na prostych a, b i c korzystając z punktów mierzenia M_a, M_b i $M_c = S_\pi$.

Rys. 7



Rys. 8

Rys. 9



Rys. 10

Podane wiadomości o rzucie perspektywicznym wykorzystamy przy rysowaniu anaglifów. Przed płaszczyzną obrazu wspólną dla dwóch rzutów obierzmy dwa środki rzutów S_l i S_p w tej samej odległości od płaszczyzny rysunku 9 (np. 350 mm) i tak, aby odcinek S_pS_l miał długość np. 68 mm. Każdy punkt P będzie miał dwa rzuty P_l i P_p, które tylko wtedy się pokrywają, gdy $P \in \pi$. Obierzmy najpierw płaszczyznę $\alpha \perp \pi$ i przechodzącą przez S_l i S_p; jej śladem zbiegu będzie prosta $S_{\pi l}S_{\pi p}$ zarówno dla perspektywy „lewej", jak też „prawej". Ślad tłowy t_α będzie równoległy do $z_{\alpha l} = z_{\alpha p}$. Jeżeli z góry dany jest rzut P_l punktu $P \in \alpha$, to najpierw kreślimy prostą $a \perp \pi$ zawierającą P; oczywiście $Z_{al} \doteq S_{\pi l}$ i $T_a \in t_\alpha$. Następnie rysujemy rzut a_p łącząc punkt T_a ze śladem zbiegu $Z_{ap} = S_{\pi p}$; rzut „prawy" P_p punktu P znajduje się na a_p, przy czym $P_lP_p \parallel z_\alpha \parallel t_\alpha$ — ten ostatni związek z tego powodu, że promienie widzenia S_lP i S_pP leżą w płaszczyźnie równoległej do t_α, wobec czego $pl(S_lS_pP) \cap \pi = P_lP_p \parallel z_\alpha$.

Na rysunku 9 jest jeszcze perspektywa Q_l i Q_p punktu Q, końca odcinka PQ prostopadłego do płaszczyzny α (a więc $\parallel \pi$). Perspektywy Q_l i Q_p uzyskano za pomocą punktów mierzenia $M_l = S_{\pi l}$ i $M_p = S_{\pi p}$.

Dotychczasowe rozważania prowadzą do wniosku, że prawe perspektywy punktów płaszczyzny równoległej do π, a zawierającej punkt P, powstają z lewych perspektyw tych punktów przez przesunięcie o wektor $\mathbf{w} = P_lP_p$; oczywiście dla płaszczyzny π mamy $\mathbf{w} = \mathbf{0}$.

Opierając się na podanych konstrukcjach narysowano anaglif sześcianu, którego jedna ściana leży na płaszczyźnie obrazu, oraz czworościanu foremnego, którego wierzchołki są też wierzchołkami sześcianu.

Więcej przykładów można znaleźć w książce F. i E. Otto, *Podręcznik geometrii wykreślnej*.