O skutkach hamowania

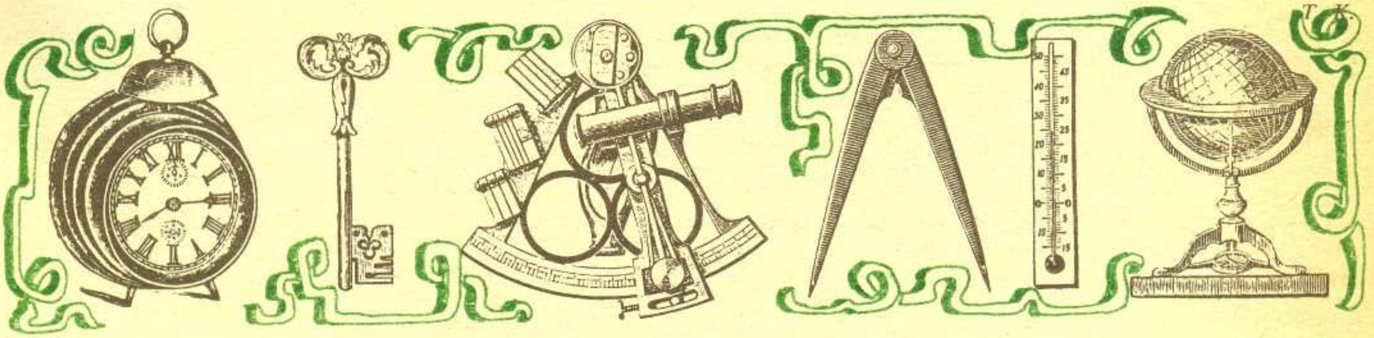
Cóż innego może być skutkiem hamowania, jeśli nie zmniejszanie prędkości pojazdu, ewentualnie aż do jego zatrzymania? — po to przecież w ogóle się hamuje.

Skoro tak, to zobaczmy, co dzieje się ze sztucznym satelitą obiegającym Ziemię po okręgu i lekko hamowanym np. przez rozrzedzoną atmosferę. Tu akurat ważne jest, by hamowanie było słabe — chodzi o to, aby w każdej chwili satelita poruszał się według praw Keplera, w szczególności stale prawie po okręgu.

Zauważamy od razu, że spodziewane zmniejszanie prędkości pociągnie za sobą spadanie satelity ku Ziemi, co zapewne skomplikuje przebieg lotu. No właśnie! Natomiast z całą pewnością możemy przewidzieć, że satelita przebijając się przez górne warstwy atmosfery (choćby bardzo rozrzedzone) traci energię, która w przypadku ruchu po orbicie zamkniętej jest ujemna $\left(\text{i wynosi } E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r}\right.$, gdzie m oznacza masę satelity, v — jego prędkość, r — odległość od środka Ziemi, M — masę Ziemi, G — stałą grawitacji). Promień orbity r związany jest z energią zależnością $r = -GMm/2E$, a więc malenie (ujemnej od samego początku) energii powoduje malenie promienia orbity. Ale prędkość na kołowej orbicie o tym promieniu wynosi $v = \sqrt{G(M+m)/r}$, co wynika np. z trzeciego prawa Keplera. Stąd widzimy już, że maleniu r towarzyszy wzrost v, czyli lekko hamowany satelita przyspiesza!

Oczywiście nie będzie tak w nieskończoność. Satelita w miarę obniżania lotu będzie wchodził w coraz gęstsze warstwy atmosfery, opór powietrza będzie coraz silniejszy, wreszcie prawa Keplera przestaną opisywać jego ruch i satelita w bardzo stromym locie ulegnie już autentycznemu hamowaniu, z tym że przy tej prędkości powoduje to jego zniszczenie.

T. K.



Zadania

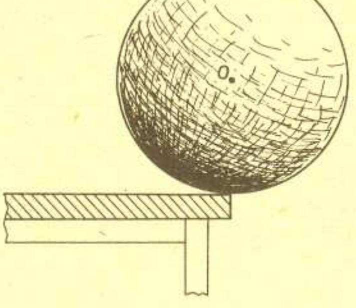
Redaguje mgr Krzysztof S. NOWIŃSKI

M 358. Malejący ciąg liczb dodatnich $(x_1, x_2, \ldots)$ spełnia dla każdego n nierówność:

$$\frac{x_1}{1}+\frac{x_4}{2}+\frac{x_9}{3}+\ldots+\frac{x_{n^2}}{n} \leqslant 1.$$

Wykazać, że dla każdego n $$\frac{x_1}{1}+\frac{x_2}{2}+\ldots+\frac{x_n}{n} < 2.$$

Rozwiązanie na str. 12



M 359. W prostokącie o powierzchni 5 leży 9 wielokątów $W_1, \ldots, W_9$, z których każdy ma powierzchnię 1.

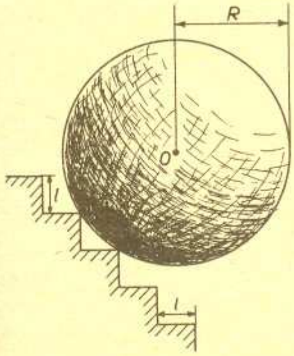
Wykazać istnienie takiej pary W_i, W_j, że powierzchnia $W_i \cap W_j$ nie jest mniejsza niż $\frac{1}{9}$.

Rozwiązanie na str. 12

M 360. Czy można tak dobrać współczynniki $a_1, a_2, \ldots, a_7$, by dla każdego $x \in R$

$$\cos 8x + a_7 \cos 7x + a_6 \cos 6x + \ldots + a_2 \cos 2x + a_1 \cos x > 0?$$

Rozwiązanie na str. 4



Redaguje mgr Tomasz TRATKIEWICZ

F 149. Jednorodna kula spoczywa na krawędzi stołu w położeniu równowagi nietrwałej (patrz rysunek). W pewnej chwili kula zaczyna ześlizgiwać się bez tarcia. Jaki będzie jej ruch do chwili utraty kontaktu z blatem i kiedy to nastąpi?
Rozwiązanie na str. 5

F 150. Jednorodna kula o promieniu R ześlizguje się ze schodów wzdłuż linii największego spadku. Stopnie mają identyczne długości i wysokości $L (L \ll R)$. Zakładając, że ruch się ustali wyznaczyć końcową prędkość kuli. Tarcie nie występuje, zderzenia ze stopniami są doskonale niesprężyste.
Rozwiązanie na str. 12