

Dr hab. Róża TRAUTMAN

Soliton jest szczególną postacią ruchu falowego. Ta zlokalizowana fala, zachowująca podczas propagacji swój kształt i prędkość została po raz pierwszy zaobserwowana w 1834 roku przez Johna Scotta-Russella w ruchu wody w kanale. W „Wykładzie o falach” tak opisuje Scott-Russell wyniki swoich obserwacji:

„Fala przyjmie swój charakterystyczny kształt... i będzie przesuwająca się do przodu zachowując objętość i wysokość; odrzuci zbędną materię, która się z nią poruszała, pozostawi ją z tyłu...”

O solitonach pisaliśmy w *Delcie* 4/1976 i 1/1983.

Zjawisko to zostało ponownie „odkryte” w 1965 roku przez N. Zabuskiego i M. Kruskala przy numerycznym badaniu drgań nieliniowych; oni też zaproponowali nazwę soliton. Zainteresowanie solitonami znacznie wzrosło, gdy okazało się, że fale solitonowe mogą zachowywać swój kształt nawet po nieliniowym oddziaływaniu między sobą, tj. w pewnym sensie zachowują się jak cząstki.

Najprostsza fala, jaką jest fala harmoniczna, charakteryzuje się stałą amplitudą, częstością i wektorem falowym. Jej prędkość fazowa dana jest stosunkiem częstości do długości wektora falowego. Przez składanie nieskończonej liczby takich fal można tworzyć zlokalizowane w przestrzeni paczki falowe. Na ogół, wskutek dyspersji, czyli zależności prędkości fazowej od częstości, paczki falowe rozplývają się; ich amplituda z upływem czasu zanika.

Przy oddziaływaniu nieliniowym z ośrodkiem fale o określonych częstościach nie rozchodzą się niezależnie; następuje przepływ energii między różnymi częstościami. W szczególności, wzmocnienie centralnej części paczki kosztem jej „skrzydeł” może skompensować dyspersję i doprowadzić do powstania trwałej samotnej fali. Solitony obserwuje się wyłącznie w zjawiskach, w których nieliniowość odgrywa istotną rolę, chociaż w różnych zjawiskach mechanizmy pojawiania się nieliniowości są różne.

W związku z badaniem solitonów powstała metoda ścisłego rozwiązywania równań różniczkowych nieliniowych, tzw. metoda odwrotnego rozpraszania. Pociągnęło to za sobą powstanie nowego działu fizyki matematycznej, zwanego teorią solitonów.

Zakres zjawisk, które opisuje się bądź próbuje się opisać metodami teorii solitonów, jest bardzo szeroki. Szacuje się, że charakterystyczne rozmiary solitonów dla różnych zjawisk mogą różnić się o 22 rzędy wielkości. Na jednym krańcu mamy solitony w teorii cząstek elementarnych, dalej solitony w zjawiskach optycznych, w plazmie, nadprzewodnikach, magnetykach, kryształach, aż po fale na oceanie, a być może ruchy materii w gwiazdach.

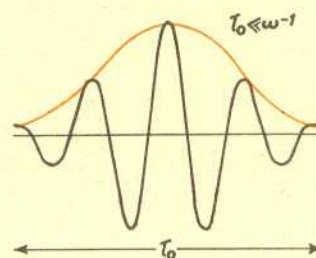
W tym artykule zajmiemy się solitonami optycznymi, które występują w zjawiskach związanych z rozchodzeniem się krótkich impulsów światła laserowego rezonansowo oddziałujących z atomami ośrodka. Jest to zagadnienie z pogranicza fizyki klasycznej i kwantowej, bowiem pole elektromagnetyczne można w tych zjawiskach traktować klasycznie, a atomy ośrodka trzeba opisywać kwantowo. Opis solitonów optycznych jest

jednym z najbardziej zadowalających przykładów zastosowania teorii solitonów — wyjątkowo dobra jest zgodność jej przewidywań z licznymi danymi doświadczalnymi.

Przezroczystość wymuszona i solitony światła laserowego

Rozwinięte w latach sześćdziesiątych nowoczesne techniki optyki laserowej pozwalają nie tylko uzyskiwać impulsy światła spójnego o dużej mocy, lecz także dzielić je na impulsy bardzo krótkie.

O formowaniu impulsów pikosekundowych pisaliśmy w *Delcie* 11/1982.



Rys. 1 Pole elektryczne impulsu rozchodzącego się w kierunku osi Z można zapisać w postaci $E(t, z) = S(t, z)\sin \omega(t - zn/c)$, gdzie ω jest częstością fali nośnej impulsu, a n — współczynnikiem załamania. Funkcja $S(t, z)$ nosi nazwę obwiedni impulsu (linia brązowa).

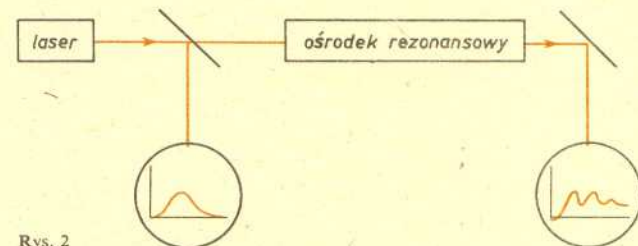
Rozważmy taki impuls i założmy, że jest on prawie monochromatyczny, tzn. jego pole elektryczne składa się z bardzo szybkich drgań o ustalonej częstości, których amplituda zmienia się powoli w czasie (rys. 1). Jeśli częstość drgań jest równa lub bardzo bliska częstości jednego z przejść między poziomami energetycznymi w atomie, z którym takie światło oddziałuje, to mówimy, że jest ono w rezonansie z atomem. Możemy wtedy w przybliżeniu zaniedbywać przejścia między wszystkimi innymi poziomami.

Typowa częstość optyczna $\omega \approx 10^{15} \text{s}^{-1}$.

W doświadczeniach nad przezroczystością wymuszoną używano impulsów o czasie trwania 10^{-8}s . Najkrótsze wytworzone w laboratorium impulsy osiągają 10^{-14}s .

Badanie rozchodzenia się krótkich impulsów światła laserowego w ośrodku rezonansowym doprowadziło w 1967 r. McCalla i Hahna do odkrycia nowego zjawiska, które nazwali przezroczystością wymuszoną.

Prawdopodobieństwo absorpcji kwantu promieniowania przez atom jest proporcjonalne do liczby kwantów promieniowania będących w rezonansie z tym atomem. Ma miejsce także mniej oczywisty fakt — im więcej jest kwantów o danej energii, tym łatwiej wzbudzony atom emituje kwanty o tej energii. Zjawisko to nazywane jest emisją wymuszoną.



Rys. 2

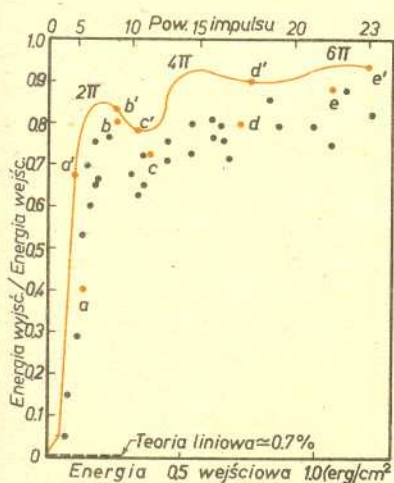
Rys. 2 przedstawia ogólny schemat doświadczenia. Krótki impuls laserowy, w postaci fali płaskiej, pada na próbkę złożoną z atomów w rezonansie z padającym promieniowaniem. Obserwuje się kształt obwiedni impulsu wyjściowego, jego energię, zmiany widma itp. W doświadczeniu McCalla i Hahna użyto lasera rubinowego, w którym aktywnymi atomami są atomy rubidu ^{87}Rb . Próbką był także kryształ rubidu, co zapewniło dokładny rezonans światła z ośrodkiem. Aby

obniżyć wpływ drgań cieplnych niszczących wzbudzenia atomowe, ochłodzone kryształ do temperatury ciekłego helu. Przy małych energiach impulsu wejściowego obserwowano silne tłumienie, zgodne z liniową teorią absorpcji, według której natężenie światła po przejściu w ośrodku drogi L wynosi

$$I(L) = I_0 e^{-\alpha L},$$

gdzie I_0 jest natężeniem wejściowym, I — wyjściowym, a α jest tzw. stałą tłumienia. Oznacza to, że spadek natężenia światła w cienkiej warstwie ośrodka jest proporcjonalny do natężenia światła padającego i grubości tej warstwy. W doświadczeniu McCalla i Hahna αL było równe 5, słabe impulsy były więc prawie całkowicie tłumione.

Zwiększając natężenie wchodzącego impulsu zaobserwowano, powyżej pewnej progowej wartości I_0 , gwałtowny spadek absorpcji. Impuls przechodził prawie bez strat energii, tak jakby ośrodek był przezroczysty. Jednocześnie znacznie wydłużał się czas przebywania impulsu w ośrodku. Impulsy powyżej mocy progowej przyjmowały kształt symetryczny i wykazywały dużą stabilność, a więc miały charakter solitonowy. Teoria i dalsze doświadczenia w pełni potwierdzają obecność solitonów w tym zjawisku.



Rys. 3 Przepuszczalność w zjawisku wymuszonej przezroczystości obserwowanej w parach Rb. Krzywa ciągła przedstawia wyniki teoretyczne, kropki — wyniki doświadczeń. Kropkami brązowymi zaznaczone są dane dla impulsów przedstawionych na rys. 4.

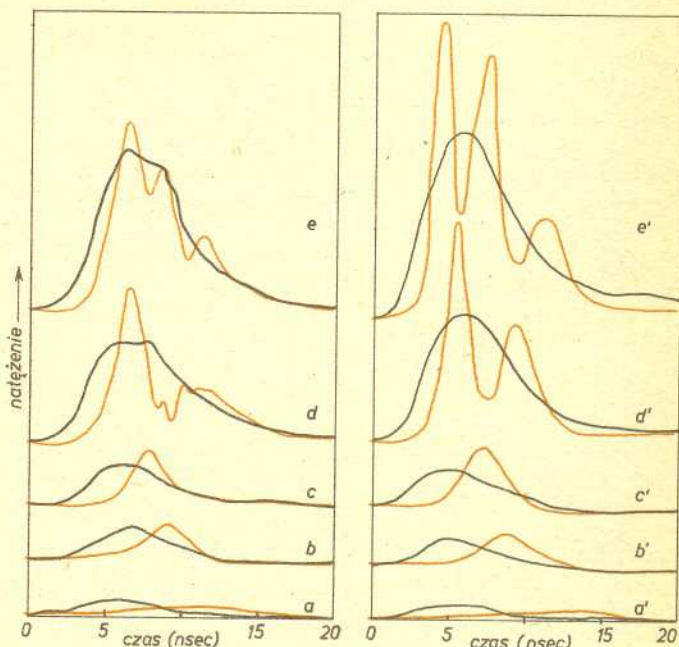
W późniejszych doświadczeniach zaobserwowano przezroczystość wymuszoną w wielu substancjach gazowych i stałych. Najdokładniejsze wyniki uzyskali R. Slusher i H. Gibbs w 1972 r. badając przezroczystość wymuszoną w parach rubidu wzbudzanych laserem rtęciowym. Atomy rtęci ^{202}Hg emitują linię o długości 79944,66 Å, krótszą o 3 Å od linii absorbowanej przez atomy ^{87}Rb . Dokładny rezonans uzyskano przez rozszczepienie poziomów w atomach próbki polem magnetycznym o odpowiednio dobranym natężeniu. Z pracy Slushera i Gibbsa pochodzą wyniki przedstawione na rys. 3 i 4. Kluczową wielkością charakteryzującą zachowanie się impulsu w ośrodku okazała się nie jego energia, a wielkość bezwymiarowa zwana powierzchnią impulsu

$$(1) \quad A(z) = P \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}(t, z) dt,$$

gdzie \mathcal{E} jest obwiednią impulsu (patrz dalej), a P stałą charakteryzującą przejście atomowe.

Krzywa na rys. 3 przedstawia przepuszczalność próbki w zależności od energii wejściowej impulsu. Przy ustalonym czasie trwania impulsu każdej wartości energii odpowiada określona wartość jego powierzchni zaznaczona u góry wykresu. Próg przezroczystości przypada dla powierzchni bliskiej π . Gwałtowny wzrost przepuszczalności ośrodka świadczy o nieliniowym charakterze zjawiska. Krzywa wykazuje charakterystyczne przegięcia dla powierzchni $2\pi, 4\pi, 6\pi$. Z teorii zjawiska, o której będzie mowa dalej, wiadomo, że odpowiadają one obecności odpowiednio jednego, dwu, trzech solitonów.

Krzywe na rys. 4 przedstawiają obwiednie przed i po przejściu próbki. Na krzywych d i e widać rozpadanie się impulsów na 2 i 3 pojedyncze impulsy. Widoczne jest też opóźnienie impulsu w ośrodku i typowo nieliniowe wzmocnienie wierzchołka impulsu. Wartość maksymalnego natężenia impulsu wyjściowego jest większa od maksimum na wejściu. Towarzyszy temu zwężenie impulsu, bo całkowita energia jest zachowana.



Rys. 4 Kształty impulsów wchodzących (linia czarna) i wychodzących (linia brązowa) dla $\alpha L \approx 5$. Krzywe $a-e$ przedstawiają wyniki doświadczenia, a krzywe $a'-e'$ przewidywania teorii wliczone numerycznie.

Mechanizm zjawiska

Aby wyobrazić sobie mechanizm wymuszonej przezroczystości, przypomnijmy warunki obserwacji tego zjawiska. Padający impuls musi być falą płaską, spójną, jego czas trwania musi być krótki, a energia musi przewyższać pewną wartość progową. Ośrodek musi być w stanie rozrzedzonym lub, gdy jest to ciało stałe, utrzymywany w niskiej temperaturze, aby osłabić procesy niszczące wzbudzenie atomów. W atomach oddziałujących rezonansowo z promieniowaniem odgrywa rolę tylko jedno wyróżnione przejście energetyczne. Dobrym modelem takiej sytuacji jest układ kwantowy o dwóch poziomach energetycznych.

Płaska fala spójnego promieniowania wzbudza atomy ośrodka w sposób koherentny. Oznacza to, że funkcje falowe opisujące stany poszczególnych układów dwupoziomowych mają zgodne fazy. Z tych funkcji falowych zbudowane są mikroskopowe dipole, które promieniują oddając energię fali świetlnej. Jeśli impuls jest krótki, to w czasie jego trwania spójność między poszczególnymi atomami nie ulega zniszczeniu. Procesy takie jak

zderzenia atomów czy spontaniczne wypromieniowanie energii są wtedy tak powolne, że nie zdążą zadziałać w czasie trwania impulsu. Pole elektromagnetyczne oddziałuje więc z jakby „zamrożonym” układem atomów. Układ taki odpowiada na wzbudzenie jak jeden wielki dipol oddający na drodze emisji wymuszonej energię polu. Jeśli impuls jest tak silny, że pierwsza jego połowa powoduje pełne wzbudzenie (decyduje o tym powierzchnia impulsu), to druga połowa może jedynie odebrać energię pobraną w pierwszej części i impuls odbudowuje się. Taki impuls będzie rozchodził się bez zmiany kształtu, jak soliton, oddając atomom ośrodka dokładnie tyle energii z części czołowej, ile pobiera od nich w drugiej części. W efekcie ośrodek oddziałujący z polem będzie przezroczysty. Prędkość impulsu zmaleje przy tym istotnie ze względu na czas potrzebny do tej wymiany energii.

Trochę teorii

Jak wspomnieliśmy na wstępie, warunkiem istnienia rozwiązań solitonowych jest dyspersja i nieliniowość równań opisujących dany proces. Zastanówmy się nad źródłem nieliniowości w zagadnieniu propagacji rezonansowej. Rozchodzenie się pola elektromagnetycznego w ośrodku opisują równania Maxwella, które są liniowe, gdy polaryzacja ośrodka jest stała lub jest liniową funkcją pola. Polaryzacja ośrodka z kolei jest wynikiem składania polaryzacji poszczególnych atomów, które są wyznaczone przez liniowe równania mechaniki kwantowej. W zagadnieniu propagacji chcemy jednak jednocześnie znać stan ośrodka i pole wywołujące zmiany tego stanu. Trzeba więc rozwiązywać równania dla pola i równania kwantowe dla atomów wzajemnie sprzężone. To sprzężenie dwóch problemów liniowych prowadzi do układu równań wykazujących silną nieliniowość.

Przy pewnych ograniczających założeniach można wyeliminować z tego układu zmienne atomowe i zredukować go do jednego równania dla chwilowej powierzchni impulsu

$$\varphi(t, z) = P \int_{-\infty}^t \mathcal{E}(t', z) dt'$$

Obwiednia impulsu jest pochodną φ względem czasu, a wielkości atomowe wyrażają się przez trygonometryczne funkcje φ . Na przykład inwersja obsadzeń, czyli różnica prawdopodobieństw obsadzenia stanu wzbudzonego i podstawowego jest proporcjonalna do $\cos \varphi$.

Chwilowa powierzchnia spełnia proste równanie nieliniowe

$$(*) \quad \frac{\delta^2 \varphi}{\delta \tau \delta \xi} = -\sin \varphi,$$

W zmiennych $u = \tau + \xi$, $v = \tau - \xi$ równanie to przyjmuje postać tzw. równania sin-Gordona $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial v^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial u^2} = \sin \varphi$.

Równanie to jest ściśle całkowalne i występuje w wielu innych zastosowaniach teorii solitonów.

gdzie $\tau = \Omega(t - z/c)$, $\xi = \Omega z/c$, a Ω jest stałą o wymiarze częstości. Szukając rozwiązań zachowujących kształt możemy założyć, że φ zależy tylko od jednej zmiennej $\eta = \Omega(t - z/v)$, gdzie v jest prędkością propagacji impulsu. Równanie (*) przechodzi wtedy w równanie wahadła matematycznego

$$\frac{d^2 \varphi}{d\eta^2} = \tau_0^{-2} \sin \varphi,$$

gdzie $\tau_0^2 = \frac{c}{v} - 1$.

Kąt φ odpowiada przesuniętemu o π kątowi wychylenia wahadła z położenia równowagi. Zwykle rozważając ruch wahadła matematycznego linearyzujemy to równanie, co odpowiada

ograniczeniu się do małych wychyleń z położenia równowagi. Rozwiązanie interesujące w optyce musi spełniać warunki

$$\varphi(-\infty) = \frac{d\varphi}{d\eta} \Big|_{\eta=-\infty} = 0, \text{ bo przy ustalonym } z \text{ (punkt}$$

obserwacji) pole impulsu znika dla dużych ujemnych czasów. Rozwiązanie takie opisuje bardzo szczególny, zdegenerowany ruch wahadła, które wychylone maksymalnie (początkowy kąt wychylenia π) po nieskończonym czasie wraca do położenia wyjściowego.

Równanie wahadła z powyższymi warunkami początkowymi łatwo jest rozwiązać. Jego całkę pierwszą, tj. zależność typu

$$f\left(\varphi, \frac{d\varphi}{d\eta}\right) = \text{const, otrzymujemy mnożąc obustronnie przez } \frac{d\varphi}{d\eta} \text{ i całkując względem } \eta. \text{ Równanie, które dostajemy, jest po}$$

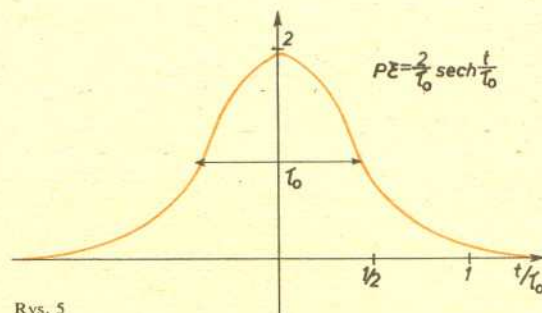
prostu zasadą zachowania energii dla wahadła

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\varphi}{d\eta}\right)^2 - \tau_0^{-2} (1 - \cos \varphi) = 0.$$

$$\text{Z równości tej mamy } \frac{d\varphi}{d\eta} \pm 2\tau_0^{-1} \sin \frac{1}{2} \varphi = 0,$$

$$\text{a stąd i z tego, że } \int \frac{dx}{\sin x} = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} \text{ wynika już rozwiązanie } \varphi = 4 \operatorname{arctg} [e^{\pm(t-z/v)/\tau_0}].$$

Dla dużych ujemnych czasów znika tylko rozwiązanie ze znakiem plus.



Rys. 5

Obwiednia otrzymanego impulsu

$$P\mathcal{E}(t, z) = \frac{d\varphi}{dt} = 2\tau_0^{-1} \operatorname{sech}[(t-z/v)/\tau_0]$$

ma typowy kształt symetrycznego dzwonu o szerokości τ_0 i powierzchni 2π . Jest to jednosolitonowe rozwiązanie naszego problemu, zwane w optyce impulsem 2π . Przy zmianie funkcji φ o 2π funkcje trygonometryczne nie zmieniają swoich wartości, a więc inwersja obsadzeń i polaryzacja, po przejściu impulsu, wracają do swoich wyjściowych wartości. Jest to zgodne z jakościowym obrazem propagacji solitonu.

$$\operatorname{sech} x = \frac{1}{\operatorname{ch} x} = \frac{2}{e^x + e^{-x}}$$

Pełna teoria przewiduje, że każdy impuls po przebyciu dostatecznie długiej drogi w ośrodku rozpadnie się na układ pojedynczych impulsów 2π . W procesie rozpadu część energii przechodzi nieodwracalnie do ośrodka. Znając kształt impulsu na wejściu można ściśle obliczyć, na ile solitonów on się rozpadnie i jakie będą straty energii.

Na zakończenie pragnę wyjaśnić, że solitony związane z propagacją rezonansową, omówione w tym artykule, nie są jedynymi solitonami optycznymi. Z solitonami spotykamy się w teorii efektu Ramana, w zjawisku samoogniskowania wiązek świetlnych i w propagacji światła w światłowodach. Te ostatnie znajdują prawdopodobnie już niedługo zastosowanie praktyczne.