Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji „Delty”

Klub 44

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w nr. $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez

$$4-3\cdot\frac{\text{suma ocen za rozwiązania danego zadania}}{\text{liczba osób, które nadesłały choć jedno rozwiązanie z numeru}}$$

i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów (w dowolnym czasie) zostaje on członkiem Klubu, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo — to tytuł Weterana.
Ligę organizuje Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego, oraz nasza Redakcja. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w nr. 9/1981.

Redaguje dr Marcin E. KUCZMA

Czołówka ligi zadaniowej "Klub 44"

po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań z numeru 4/1983

Jacek Uryga	- Bytom	46,48pkt
Mariusz Fiszer	- Duszniki Zd.	46,17pkt
Artur Smolczyk	- Tarnów Op.	38,68pkt
Ryszard Pagacz	- Zawadzkie	32,41pkt
Tomasz Biegański	- Lublin	32,06pkt
Andrzej Pawłowski	- Zabrze	31,76pkt
Marian Roman	- Ełk	30,16pkt
Paweł Kamiński	- Warszawa	28,88pkt

Współczynniki trudności zadań 52, 53, 54:
2,82 2,17 3,56

Powtórne przekroczenie bariery 44:
pan Jacek Uryga

Nowe nazwisko w Klubie 44:
pan Mariusz Fiszer

Zadania nr 64, 65, 66

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 XII 1983

64. Przedstawić liczbę 1000000 w postaci sumy skończenie wielu liczb dodatnich tak, by ich iloczyn był możliwie największy. (Składniki mogą być dowolnymi dodatnimi liczbami rzeczywistymi, niekoniecznie różnymi; liczba składników nie jest zadana, należy ją dobrać optymalnie).

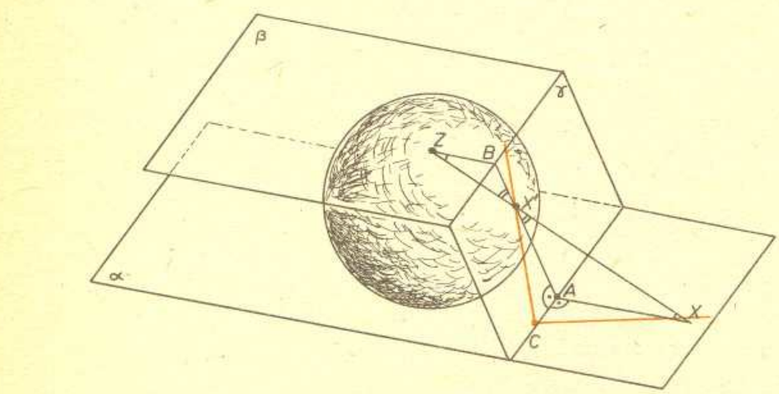
65. Czy można podzielić sześcian na skończoną liczbę sześcianów różnej wielkości? (Skonstruować podział lub udowodnić jego niewykonalność).

66. Wyznaczyć największą liczbę naturalną, która ma w przedstawieniu dziesiętnym wszystkie cyfry różne i która dzieli się przez każdą ze swych cyfr.
Zadanie **66** przysłał nasz Czytelnik, pan Jerzy Janowicz z-Bolesławca.

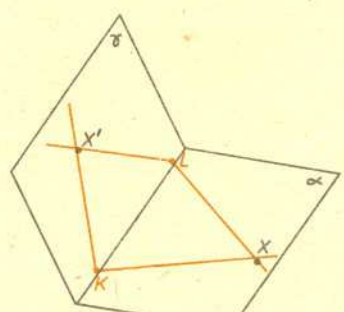
Inwersje — 3

Oznaczmy przez Z punkt sfery położony najdalej od płaszczyzny α, na którą rzutujemy. Poprowadźmy płaszczyzny β i γ styczne do sfery odpowiednio w Z i X', oraz płaszczyznę δ prostopadłą do α, β i γ.
W przecięciu $\alpha\cap\gamma\cap\delta$ mamy punkt A, a w przecięciu $\beta\cap\gamma\cap\delta$ — B.
Z zaznaczonych na rysunku a przystawań kątów wynika podobieństwo trójkątów XAX' i ZBX'. Ponieważ trójkąt ZBX' jest równoramienny (dlaczego?), więc mamy $XA = AX'$.

Jeśli poprowadzimy w γ dowolną prostą przez X' i oznaczymy przez C jej punkt przecięcia z $\alpha\cap\gamma$, to uzyskamy $XC = XC'$. Teraz możemy już wziąć pod uwagę styczne do dwóch przecinających się w X linii na α i styczne do ich obrazów w X' na sferze. Te drugie leżą oczywiście w γ. Odpowiednie styczne przecinają się (dlaczego) na $\alpha\cap\gamma$ w punktach, które oznaczmy przez K i L. W myśl poprzedniej części dowodu mamy $XK = KX'$ i $XL = LX'$, a więc trójkąty KXL i $KX'L$ są przystające (rys. b). W szczególności $\sphericalangle KXL = \sphericalangle KX'L$.



Rys. a



Rys. b