

Rozwiązanie problemu (Odbicie Macha). Naddźwiękowy strumień gazu wpływający do obszaru o wyższym ciśnieniu zachowuje się tak, jak gdyby płynął kanałem o ściankach nachylonych do wewnątrz. W miejscu załamania granicy strumienia powstają skośne fale uderzeniowe. Fale te bądź przetną się na osi strumienia (mała różnica ciśnień między obszarem otaczającym i strumieniem), bądź też w pobliżu osi strumienia wytworzą falę Macha (różnica ciśnień większa).

Jeżeli w osi strumienia umieścimy płaską, sztywną ściankę, przypadek pierwszy okaże się identyczny z regularnym odbiciem fali od tej ścianki. Przypadek drugi będzie natomiast odbiciem nieregularnym.

12 września wieczorem Jowisz zostanie zakryty przez Księżyc. Zjawisko to będzie widoczne w całej Polsce. Rysunek obok przedstawia Jowisza tuż przy tarczy Księżyca, na kilka minut przed zakryciem. Moment zjawiska jest inny dla różnych rejonów kraju, w Warszawie nastąpi ono o godz. 20^h43^m czasu letniego. Księżyc będzie w fazie bliskiej I kwadry, a moment zniknięcia Jowisza za ciemnym brzegiem naszego satelity będzie dobrze widoczny, o ile pogoda dopisze. Niestety, nastąpi to przy niskim położeniu Księżyca nad horyzontem (4°–6°) i nie będzie można oglądać już odkrycia planety (przy jasnym brzegu Księżyca, który będzie już pod horyzontem).

Zakrycia planet przez Księżyc, widoczne z terenu Polski, są zjawiskami rzadkimi — zdarzają się co kilka, a nawet co kilkanaście lat. Obecny rok jest pod tym względem wyjątkowy: w Polsce są widoczne aż trzy zakrycia Jowisza przez Księżyc (poprzednie miały miejsce 6 marca i 26 maja). Zakrycia planet i podobne zjawiska — zakrycia gwiazd przez Księżyc — wzbudzają zawsze duże zainteresowanie wśród obserwatorów, a także wśród rzeszy miłośników astronomii. W Polsce regularne obserwacje tego typu prowadzą członkowie Polskiego Towarzystwa Miłośników Astronomii.

Czym powodowane jest zainteresowanie tym obserwowanym od początków astronomii zjawiskiem? Otóż, obserwacje tego typu ciągle przynoszą nam informacje na temat:

- 1) tzw. profilu Księżyca, tzn. kształtu globu księżycowego, wysokości gór na jego powierzchni, ich położenia itd;
- 2) orbity naszego satelity; orbita ta, najlepiej znana ze wszystkich orbit, jest wyjątkowo w szczegółach skomplikowana. Dziesiątki drobnych poprawek (m.in. wpływ Słońca, perturbacje od innych planet, efekty relatywistyczne, precesja) wymagają dokładnego określenia;
- 3) średnic planet, ich księżyców i gwiazd. W przypadku gwiazd wykorzystuje się tu obraz dyfrakcyjny, który tworzy się na krawędzi Księżyca. Odstępstwa tego obrazu od obrazu źródła punktowego pozwalają na wyznaczenie średnic gwiazd rozmiarów 10⁻³ sekundy łuku;
- 4) rozkładu jasności na powierzchni gwiazd i ich ewentualnej podwójności;
- 5) istnienia i struktury pierścieni wokół planet itd.

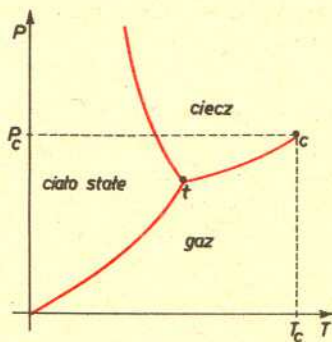
Zjawiskiem podobnego typu są zakrycia gwiazd przez planety i planetoidy. Są to zjawiska wyjątkowo rzadkie dla danego punktu obserwacji. Pas zakrycia (pas na powierzchni Ziemi, z którego widać zakrycie) ma taką szerokość, jak zakrywająca planeta. W przypadku planetoid może on mieć szerokość paru kilometrów. Z obserwacji tych można również uzyskać wiele informacji m.in. o kształcie planetoid (czasem bardzo dziwnym, jak się okazuje), ich ewentualnej podwójności (też odkryto takiego dziwoląga).

Roman FANGOR i Tomasz CHLEBOWSKI

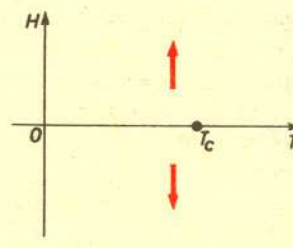
Zjawiska krytyczne, czyli co się dzieje w pobliżu punktu krytycznego

Dr Marek NAPIÓRKOWSKI

Zanim odpowiemy na postawione w tytule pytanie, przypomnijmy przebieg wykresu fazowego typowej substancji, np. dwutlenku węgla. Wykres taki (w zmiennych ciśnienie (p) i temperatura (T)) przedstawiony jest na rysunku 1. Krzywe pokazane na wykresie są krzywymi współistnienia dwóch spośród trzech różnych stanów skupienia (faz), w jakich dwutlenek węgla może występować. Spotykają się one w jednym punkcie, tzw. *punkcie potrójnym* (t), w którym współistnieją wszystkie trzy fazy. Innym charakterystycznym punktem wykresu jest tzw. *punkt krytyczny* (c), w którym kończy się krzywa współistnienia fazy ciekłej i gazowej. Dla temperatur wyższych od temperatury krytycznej (dla dwutlenku węgla $T_c = 304,2$ K, $p_c = 72,8$ atm) nie ma sensu rozróżnianie fazy gazowej i fazy ciekłej. Tę jedyną fazę występującą dla $T > T_c$ określa się często mianem *fazy płynnej*.



Rys. 1



Rys. 2

Dzięki temu, że istnieje punkt krytyczny, z fazy gazowej można przejść do fazy ciekłej w sposób ciągły, tj. nie przecinając krzywej współistnienia tych faz. Oznacza to, że tak naprawdę między ciekłą i gazem nie ma wielkiej różnicy.

Rozważmy teraz diagram fazowy dla zupełnie innej substancji; dla ciała o właściwościach magnetycznych. Jako przykład weźmy trójbromek chromu (CrBr_3), który jest ferromagnetykiem. Ograniczymy się teraz do fazy stałej, w której CrBr_3 zmienia swe własności magnetyczne w zależności od warunków zewnętrznych. W tym też sensie będziemy mówić o diagramie fazowym. Jest on przedstawiony na rysunku 2. Na wykresie zaznaczony został punkt krytyczny, w którym, podobnie jak to było w poprzednim przykładzie, zanika różnica między fazami. O tym, jakie to są fazy — za chwilę. Zbudujmy najpierw prosty mikroskopowy model ferromagnetyka.

Wyobraźmy sobie, że układ nasz składa się z elementarnych momentów magnetycznych umieszczonych w węzłach sieci krystalicznej. Struktura sieci nie jest w naszych rozważaniach istotna. Załóżmy ponadto, że każdy elementarny moment magnetyczny może przyjmować tylko dwie orientacje: „do góry” i „w dół”. Oddziaływanie momentów magnetycznych uwzględnimy w najprostszy sposób zakładając, że każdy moment oddziałuje wyłącznie ze swoimi najbliższymi sąsiadami: w przypadku trójwymiarowej sieci kubicznej jest ich sześć, a w przypadku dwuwymiarowej sieci kwadratowej cztery. Energia wzajemnego oddziaływania dwóch momentów może przyjmować tylko dwie wartości:

— I , gdy momenty są skierowane zgodnie i $+I$, gdy są skierowane przeciwnie ($I > 0$).

Spróbujmy teraz powiązać ten mikroskopowy model z mierzonymi doświadczalnie, makroskopowymi cechami ferromagnetyka.

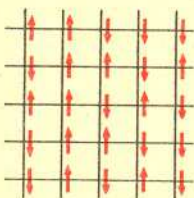
Nie ma oczywiście sensu porównywanie wypadkowego momentu magnetycznego dla danej konfiguracji z mierzonym doświadczalnie momentem magnetycznym układu. Kontakt układu z otoczeniem (termostatem) i wzajemne oddziaływanie cząstek powodują bowiem ciągle zmiany konfiguracji elementarnych momentów magnetycznych nawet wtedy, gdy obserwowane własności makroskopowe są niezmiennie w czasie, jak to ma miejsce w stanie równowagi termodynamicznej. Z danymi doświadczalnymi porównuje się średni moment magnetyczny obliczony w następujący sposób.

Rozważmy wiele układów modelowych w tych samych warunkach zewnętrznych (temperatura). Dla każdego z nich można obliczyć wypadkowy moment magnetyczny i dopiero średnią tych momentów porównuje się z doświadczeniem.

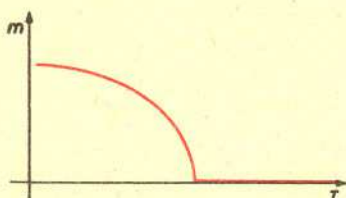
Jeżeli układ znajduje się w dość wysokiej temperaturze, to typowa konfiguracja momentów magnetycznych jest taka, jak na rysunku 3. Mniej więcej tyle samo jest momentów skierowanych „do góry” co i „w dół” i wypadkowy moment magnetyczny jest równy zeru. Takiej sytuacji odpowiadają punkty wykresu fazowego CrBr_3 , dla których $H = 0$ i $T > T_c$. Gdy układ umieścimy w polu magnetycznym (jednorodnym, skierowanym „do góry”), wówczas elementarne momenty magnetyczne będą chętnie ustawiały się zgodnie z kierunkiem pola. Spowoduje to, że średni wypadkowy moment magnetyczny będzie różny od zera i skierowany „do góry” (górną strzałką na rysunku 2). Podobnie, gdy zewnętrzne pole magnetyczne jest skierowane „w dół”, taki sam kierunek ma średni wypadkowy moment magnetyczny (strzałką dolną).

Nic nie powiedzieliśmy jeszcze o sytuacji, gdy $H = 0$ i $T < T_c$. Z danych doświadczalnych wiadomo, że wówczas układ także ma niezerowy średni moment magnetyczny. A zatem przy $H = 0$ trójbromek chromu może istnieć w dwóch fazach — tzw. fazie paramagnetycznej z $m = 0$ (m jest to wielkość zwana *magnetyzacją*, równa średniemu momentowi magnetycznemu przypadającemu na jeden węzeł) dla $T \geq T_c$ i fazie ferromagnetycznej z $m \neq 0$ dla $T < T_c$; mówimy wtedy, że układ wykazuje *spontaniczną magnetyzację*. W punkcie krytycznym ($T = T_c$) znika spontaniczna magnetyzacja, a więc zacierza się różnica między fazami.

Magnetyzacja układu jest przykładem tzw. *parametru uporządkowania*. Pochodzenie nazwy jest oczywiste; przy $H = 0$ dla $T < T_c$ w układzie panuje „porządek”, bo większość



Rys. 3



Rys. 4

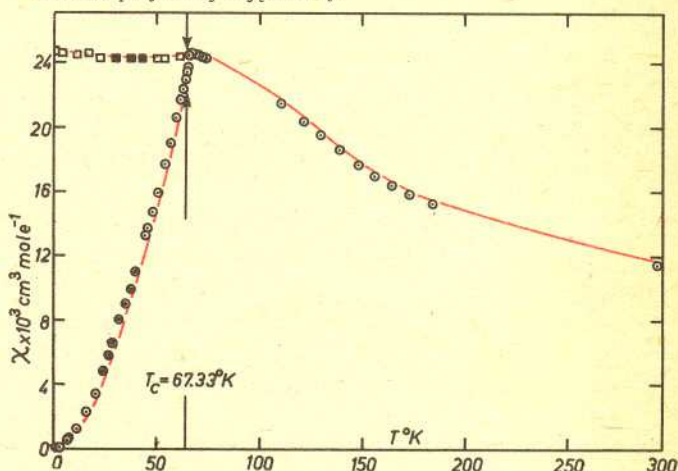
momentów magnetycznych skierowana jest w tę samą stronę, dla $T > T_c$ uporządkowanie to znika (rys. 4). Parametr uporządkowania można zdefiniować również dla płynu (wykres fazowy z rysunku 1). Jest nim różnica aktualnej gęstości n i gęstości w punkcie krytycznym n_c . Tak zdefiniowany parametr uporządkowania, podobnie jak magnetyzacja, znika w punkcie krytycznym.

Doświadczenie pokazuje, że różne układy w punkcie krytycznym mają kilka wspólnych cech. Jedną z nich jest rozbieżność podatności magnetycznej (rys. 5) w przypadku ferromagnetyka i ściśliwości izotermicznej (κ) w przypadku płynu. Podatność

magnetyczna $\chi = \left(\frac{\partial m}{\partial H} \right)_{T=\text{const}}$ opisuje reakcję magnetyzacji na zmiany zewnętrznego pola magnetycznego przy ustalonej

temperaturze. Ściśliwość $\kappa = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial n}{\partial p} \right)_T$ określa natomiast

reakcję gęstości na zmiany ciśnienia, a więc podobnie jak podatność opisuje zmianę parametru uporządkowania wywołaną zmianami kontrolowanego w doświadczeniu zewnętrznego bodźca. Ponadto eksperymentalnie stwierdzono, że w punkcie krytycznym staje się nieograniczone ciepło właściwe; dokładnie w przypadku magnetyków — ciepło właściwe c_H mierzone przy stałym polu zewnętrznym, a w przypadku płynów — ciepło właściwe przy stałej objętości c_v .



Rys. 5 Podatność magnetyczna MnF_2 w otoczeniu punktu krytycznego

Gdy dla różnych układów zmierzono wymienione wyżej wielkości, to okazało się, że ich rozbieżności mają podobny charakter. Można je opisać za pomocą prawa potęgowego i tzw. *wykładników krytycznych*. Na przykład gdy $H = 0$ i $T \searrow T_c$, to rozbieżność podatności magnetycznej opisana jest przez

$$\chi \sim \tau^{-\gamma}, \text{ gdzie } \tau = \frac{T - T_c}{T_c}.$$

Zmienna τ jest bezwymiarową miarą odległości od punktu krytycznego (wzdłuż osi $H = 0$), a wykładnik krytyczny γ opisuje charakter rozbieżności. Identycznie zachowuje się ściśliwość κ : gdy do punktu krytycznego zbliżamy się wzdłuż izochory krytycznej (gęstość płynu cały czas jest równa gęstości krytycznej), to $\kappa \sim \tau^{-\gamma}$. Oczywiście a priori γ dla magnetyka i γ dla płynu są to dwie różne wielkości.

Rozbieżność ciepła właściwego charakteryzuje się za pomocą wykładnika krytycznego α : gdy $H = 0$ i $T \searrow T_c$, to $c_H \sim \tau^{-\alpha}$, a gdy $n = n_c$ i $T \searrow T_c$, to $c_v \sim \tau^{-\alpha}$.

Również zmienność parametru uporządkowania w pobliżu punktu krytycznego można opisać zależnością potęgową wprowadzając jeszcze jeden wykładnik krytyczny β : dla ferromagnetyka przy $H = 0$ i $T \nearrow T_c$ $m \sim (-\tau)^\beta$. Tym razem wykładnik krytyczny charakteryzuje zdużanie wielkości fizycznej do zera, a nie do nieskończoności.

Na tych trzech przykładach (α , β , γ) zamknijmy listę wykładników krytycznych. Doświadczalnie mierzy się ich znacznie więcej; znacznie bogatsza jest lista osobliwych cech układów w punkcie krytycznym.

Oto tabelka, w której przytoczone są wartości liczbowe zmierzonych wykładników krytycznych dla trzech typowych substancji: płynu (CO_2) i dwóch ferromagnetyków (Ni i CrBr_3).

	α	β	γ
CO_2	0,1	0,34	1,35
CrBr_3	0–0,2	0,37	1,22
Ni	0	0,42	1,35

Jak widać, dla różnych układów wykładniki krytyczne mają w granicach nie zaznaczonego w tabelce błędu doświadczalnego prawie jednakowe wartości. Na podstawie tych danych wysunięto tzw. hipotezę uniwersalności, według której wykładniki krytyczne nie są czułe na szczegóły budowy substancji, nie zależą np. od struktury sieci krystalicznej ani od szczegółów oddziaływania międzycząsteczkowego. Zależą natomiast od kilku ogólnych cech układu, takich jak jego wymiar przestrzenny i symetrie.

Pojawia się teraz nowy problem: mamy model ferromagnetyka i chcemy wyznaczyć jego własności krytyczne, w tym wykładniki krytyczne. Jak to zrobić? Sprawa nie jest prosta i dotychczas udało się ściśle, tj. bez żadnych przybliżeń, rozwiązać ten problem tylko dla kilku najprostszych modeli. Należy do nich model, którym posługiwaliśmy się do tej pory. Jest to tzw. *model Isinga*. Jego nazwa pochodzi od nazwiska niemieckiego fizyka, który w roku 1925 rozwiązał ten model w wersji jednowymiarowej. Niestety, rozwiązanie to nie przyniosło nic ciekawego, układ nie wykazywał spontanicznej magnetyzacji i nie miał punktu krytycznego. Dlatego też modelem tym przestano się interesować i dopiero po prawie 20 latach norweski fizyk pracujący w Stanach Zjednoczonych, Lars Onsager, rozwiązał jego wersję dwuwymiarową. Tym razem układ wykazywał spontaniczną magnetyzację, znaleziono punkt krytyczny

i wyznaczono wykładniki krytyczne: $\beta = \frac{1}{8}$, $\gamma = \frac{7}{4}$, a ciepło

właściwe przy $H = 0$ dąży do nieskończoności logarytmicznie: $c_H \sim \ln \tau$. Dzięki rozwiązaniu Onsagera model Isinga wzbudził zainteresowanie fizyków i obecnie należy do najważniejszych modeli fizyki statystycznej.

Wobec niewielkiej liczby ścisłych wyników istnieje wiele przybliżonych sposobów obliczania wykładników krytycznych. Jeden z nich, zwany *teorią pola średniego*, opiera się na następującym założeniu: każdy moment magnetyczny układu oddziałuje z każdym z pozostałych w taki sam sposób, niezależnie od jego odległości. Każdy moment „czuje” więc wpływ całej reszty układu. Wpływ ten może być reprezentowany przez pewne dodatkowe, zależne od stanu układu, pole magnetyczne, które należy dodać do pola zewnętrznego. Układ traktujemy wówczas jak zespół nieoddziałujących momentów poddany działaniu sumarycznego pola. Wykładniki krytyczne obliczone w ramach

tego modelu mają następujące wartości: $\beta = \frac{1}{2}$, $\gamma = 1$, $\alpha = 0$

(oznacza to, że ciepło właściwe doznaje skoku przy przechodzeniu przez punkt krytyczny). Wartości te są inne niż w przypadku dwuwymiarowego modelu Isinga, ale też i modele są zasadniczo różne. W modelu Isinga oddziaływanie ma bardzo krótki zasięg —

oddziałują tylko najbliżsi sąsiedzi, a w teorii pola średniego każdy moment „czuje” obecność wszystkich pozostałych. Na tym przykładzie widać, jak funkcjonuje hipoteza uniwersalności — zasięg oddziaływania należy do tych czynników, które mają wpływ na wartości wykładników krytycznych. Zwróćmy ponadto uwagę, że teoria pola średniego nie prowadzi do ilościowo poprawnych wyników.

Od dwunastu lat fizycy dysponują nową, niezwykle efektywną metodą obliczania wykładników krytycznych. Została ona zaproponowana przez amerykańskiego fizyka K. G. Wilsona, który w zeszłym roku otrzymał za nią nagrodę Nobla w dziedzinie fizyki.

Metoda ta zwana potocznie *metodą grupy renormalizacji* jest obecnie powszechnym sposobem analizy zjawisk krytycznych. Jej zasadniczym sukcesem jest możliwość obliczania wykładników krytycznych, my jednak ograniczymy się do przedstawienia prostej idei, na której jest oparta.

Na początek spójrzmy jeszcze raz na dwuwymiarowy model Isinga. Załóżmy, że układ znajduje się w pobliżu punktu krytycznego: $H = 0$, $T > T_c$. W punkcie krytycznym pojawia się spontaniczna magnetyzacja, która rośnie w miarę obniżania temperatury. Poniżej punktu krytycznego większość momentów skierowana jest średnio w tę samą stronę, zaś powyżej punktu krytycznego średnio połowa jest skierowana w górę i połowa w dół.

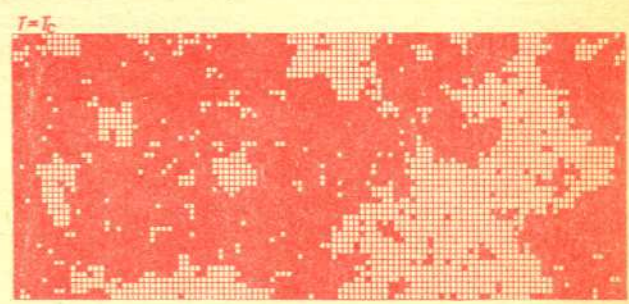
Dokładny obraz mikroskopowy jest następujący: w miarę zbliżania się do punktu krytycznego w układzie pojawiają się grona momentów magnetycznych, których większość skierowana jest w tę samą stronę. Im bliżej punktu krytycznego, tym te grona są większe. Ilustruje to rysunek 6, który został opracowany na podstawie modelowania układu magnetycznego na komputerze. Zwróćmy uwagę na sytuację w punkcie krytycznym. W dużym gronie momentów, których większość jest skierowana w górę, widać kilka mniejszych gron, w których większość momentów jest skierowana w dół. Z kolei w tych ostatnich można wyróżnić kilka jeszcze mniejszych gron, w których większość momentów jest skierowana do góry, w nich mniejsze itd., itd. Obraz ten można prowadzić dalej aż do poziomu pojedynczego momentu. Co z niego wynika?

Gdyby za elementarny moment magnetyczny przyjąć nie pojedynczy moment umieszczony w węzle sieci, ale grono momentów, to wówczas układ zbudowany z tych nowych elementarnych momentów magnetycznych wyglądałby w punkcie krytycznym tak samo, jak wyjściowy układ (rys. 7). Zwróćmy jednocześnie uwagę, że obraz ten nie zależy od rozmiarów grona traktowanego jako elementarny składnik układu. Ta cecha układu nosi nazwę niezmienności względem skalowania — układ wygląda tak samo niezależnie od skali długości stosowanej przy jego obserwacji. Metoda grupy renormalizacji polega na wykorzystaniu tego faktu. Należy zatem opisać ten sam układ w dwóch różnych skalach długości, a następnie zażądać, by opisy te były takie same. Oznacza to żądanie, by oddziaływanie pomiędzy elementarnymi składnikami układu było, niezależnie od skali opisu, takie samo. Z uzyskanych w ten sposób równań można już wydobyć informację na temat wykładników krytycznych.

Metoda grupy renormalizacji wykorzystywana jest nie tylko przy opisie zjawisk krytycznych. Stosuje się ją także do analizy takich zagadnień, jak błędzenie przypadkowe czy też do analizy pewnych problemów fizyki cząstek elementarnych. Jest ona również wykorzystywana do badania zjawisk towarzyszących dochodzeniu układu do stanu równowagi.



Rys. 6 Każdy kwadracik reprezentuje elementarny moment magnetyczny umieszczony w węźle sieci dwuwymiarowej. Kolor biały oznacza moment skierowany „do góry”, czarny „w dół”.



Rys. 7 Ten sam układ obserwowany w różnych skalach długości. Obraz b) układu otrzymuje się z obrazu wyjściowego a) przez reprezentowanie każdego kwadratu 3×3 jednym momentem magnetycznym o kierunku takim, jaki ma większość momentów w tym kwadracie. Tak samo otrzymuje się obraz c) na podstawie b) itd. Widać, że gdy $T = T_c$, to obraz się nie zmienia.

