E. Ile jest przekątnych w wieloboku wypukłym o $n \geqslant 3$ wierzchołkach?
Przez dołączenie jednego wierzchołka liczba przekątnych wzrośnie o $n-1$. Więc dla tego zagadnienia możemy napisać równanie

$$\begin{cases} y(n+1) - y(n) = n-1, \\ y(3) = 0, \end{cases}$$

którego rozwiązaniem jest funkcja $y(n) = \frac{n(n-3)}{2}$ wyrażająca liczbę przekątnych.
Innego rodzaju zastosowania otrzymuje się, gdy rozważa się równania różnicowe liniowe o zmiennych współczynnikach. Na przykład obliczenie całki

$$J(n) = \int_0^{\pi/2} \sin^n x \, dx$$

sprowadza się do rozwiązania równania

$$J(n+2) - \frac{n+1}{n+2} J(n) = 0, \quad J(0) = \frac{\pi}{2}, \quad J(1) = 1.$$

Na zakończenie wspomnijmy, że równania różnicowe, oprócz zastosowań w różnych działach matematyki, służą do opisu modeli pewnych układów dynamicznych, zjawisk ekonomicznych i innvch.

Magister Pirożyński opowiada...

Piszę do Was, drodzy Czytelnicy *Delty*, jeszcze jako magister, ale już wkrótce będę się podpisywać krócej, ale jakże przyjemniej: Dr Pirożyński. Robię bowiem doktorat. Z zastosowań matematyki, czy jak to się teraz mówi, z matematyki stosowanej. Dokładniej: z optymalizacji zagadnień transportu. W latach kryzysu paliwowego jest to zagadnienie o wiodącym znaczeniu. Nikt nie chciał docenić wagi moich badań. Na szczęście przed półtora rokiem sytuacja się zmieniła. Ale zacznijmy, jak mówi stare rosyjskie przysłowie, ab ovo.

Kształt kulisty nie jest „ekonomiczny" — najciaśniej upakowane kule zajmują ok. 3/4 miejsca w przestrzeni. Pozostałe 25 procent marnuje się bezproduktywnie. Lepszy jest oczywiście kształt prostopadłościenny — ciasno upakowane klocki każdy widział. Warto zauważyć, że i czworościanami można wypełnić przestrzeń całkowicie. W niektórych krajach mleko sprzedaje się w czworościennych pojemniczkach, upchniętych w dużym, też oczywiście czworościennym kartonie.

Prasa doniosła kiedyś, że pomysłowi Amerykanie wyhodowali „kwadratowe" pomidory i że próbują zmusić kury do znoszenia takichż jajek (biedne kury...). Wszystko po to, by łatwiej było je (pomidory i jajka, nie kury!) transportować i przechowywać. Bardziej naukowo podszedł do zagadnienia pewien hodowca z Ohio, nazwiskiem Stanley Blecker. Postanowił on rozstrzygnąć eksperymentalnie, jaki kształt byłby najlepszy dla jego brzoskwiń: czworościenny, sześcienny, a może zupełnie inny.

W tym celu sypał owoce do plastykowego worka, który następnie ściskał (nie bardzo mocno) w prasie hydraulicznej. Patrząc na zmasakrowane zwłoki pięknych przed momentem brzoskwiń próbował Blecker odgadnąć optymalny kształt, do jakiego powinien je namawiać. Po długich badaniach doszedł do wniosku, że najlepszym takim kształtem będzie... graniastosłup prosty o podstawie ośmiokątnej...

Wyniki Bleckera wydały mi się podejrzane i zamierzam je obalić. Już dawno temu próbowałem w najrozmaitszych uczelniach uzyskać pieniądze na zakup kilkudziesięciu ton brzoskwiń (prasę mam), ale wszyscy odpowiadali mi, że równie dobre będą piłeczki pingpongowe. Teraz już nie — celuloid sprowadzamy z II obszaru płatniczego, a brzoskwinie mamy w kraju. A jeśli nawet nie, to niech będą i morele. Powidła morelowe — pycha!

Wasz zapracowany mgr Π-ϱ — żyński

Rozwiązanie zadania F 128.

Po ustaleniu się równowagi menisk cieczy w węższej rurce znajdzie się na identycznej jak poprzednio wysokości H. Przeniesienie rurki nie zmienia kształtu menisku, nie ulega więc zmianie dodatkowe ciśnienie, spowodowane krzywizną powierzchni cieczy, od którego zależ wysokość kapilarnego wzniesienia. Zgodnie ze wzorem Laplace'a ciśnienie to wynosi

$$\Delta p = \sigma\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right),$$

gdzie σ — napięcie powierzchniowe cieczy,
r_1, r_2 — tzw. główne promienie krzywizny powierzchni w danym punkcie.
Dla doskonałej zwilżalności ścianek rurki przez ciecz $r_1 = r_2 = -r$ (r jest promieniem wewnętrznym węższej kapilary),

a $$p_1 = -\frac{2\sigma}{r}\left(p_2 = -\frac{2\sigma}{R} \text{ dla rurki szerszej}\right).$$

Z warunku równowagi cieczy w rurce wynika, że

$$p_{at} + \Delta p_1 + \varrho_c g H = p_{at},$$

gdzie p_{at} — ciśnienie atmosferyczne, ϱ_c — gęstość cieczy.
Po podstawieniu otrzymujemy, że wysokość, na którą wzniesie się ciecz wynosi

$$H = \frac{2\sigma}{\varrho_c g r}.$$

Wstawienie rurki węższej może znacznie zmienić poziom cieczy w rurce szerszej. Gdy średnica zewnętrzna rurki wkładanej jest bliska średnicy wewnętrznej rurki szerszej, wtedy ciecz w przestrzeni między kapilarami może unieść się bardzo wysoko. Zakładając doskonałą zwilżalność wszystkich powierzchni i współosiowość ustawienia rurek stwierdzamy, że skok ciśnienia wynosi

$$\Delta p_3 = -\frac{2\sigma}{R-r}; \quad \left(r_1 \to \infty; \quad r_2 = -\frac{R-r}{2}\right).$$

Przytoczone rysunki przedstawiają rozkłady ciśnień jako funkcje wysokości dla poszczególnych przypadków. A jaka sytuacja miałaby miejsce, gdyby ciecz nie zwilżała zewnętrznej powierzchni rurki cieńszej?