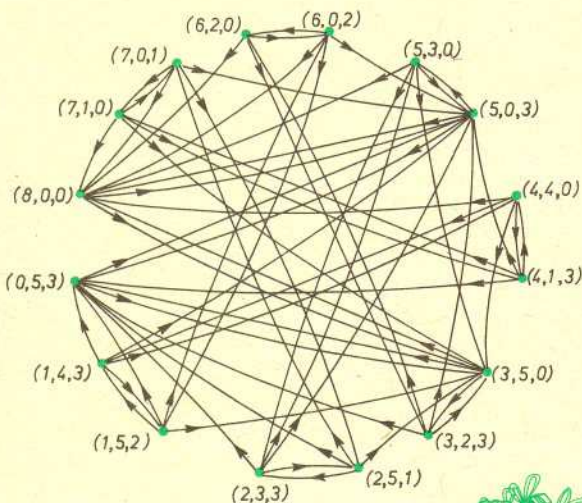


- (8, 0, 0)
- (7, 1, 0) (7, 0, 1)
- (6, 2, 0) (6, 1, 1) (6, 0, 2)
- (5, 3, 0) (5, 2, 1) (5, 1, 2) (5, 0, 3)
- (4, 4, 0) (4, 3, 1) (4, 2, 2) (4, 1, 3)
- (3, 5, 0) (3, 4, 1) (3, 3, 2) (3, 2, 3)
- (2, 5, 1) (2, 4, 2) (2, 3, 3)
- (1, 5, 2) (1, 4, 3)
- (0, 5, 3)



Do klasycznych zadań arytmetyki należą zadania o przelewaniu. Oto przykładowe

Ośmiolitrowy gąsiorek wypełniony jest winem. Należy odlać 4 litry, mając 2 naczynia: pięciolitrowe i trzylitrowe. Jak to zrobić?

Podobne zadania rozwiązuje Szczepan Jeleński w *Lilqvati* — jedynej w swoim czasie książce z matematyki popularnej, książce ciekawej, choć przepisanej z W. W. Rouse-Ball'a *Recreations Mathématiques*.

Rozwiązania podane u Jeleńskiego nie są poparte żadnym rozumowaniem. Ot, sprawdziliśmy i zgadza się. Tymczasem zadanie o przelewaniu należy do prostej teorii grafów. Wypiszmy wszystkie możliwe stany wina w trzech naczyniach. Jest ich tyle, ile uporządkowanych rozkładów liczby 8 na trzy składniki

$$8 = x + y + z,$$

przy czym $0 \leq x \leq 8$, $0 \leq y \leq 5$, $0 \leq z \leq 3$. Poza tym odrzucimy te stany, które nie odpowiadają „fizycznym” ograniczeniom w naszym zadaniu: zawsze albo co najmniej jedno naczynie jest pełne, albo co najmniej jedno puste; nie można dojść zatem np. do stanu (6, 1, 1).

Zaznaczmy 16 punktów odpowiadających tym 16 stanom i połączmy np. łukami każde dwa stany, z których drugi powstaje z pierwszego przez (jednokrotne) przełanie. Pojawi się przed nami *graf skierowany*: strzałki oznaczają kierunek przelewania.

Zadanie nasze przestało już być arytmetyczne, a stało się, prostą zresztą, łamigłówką geometryczną: przejść po zaznaczonych liniach od jednego punktu do drugiego.



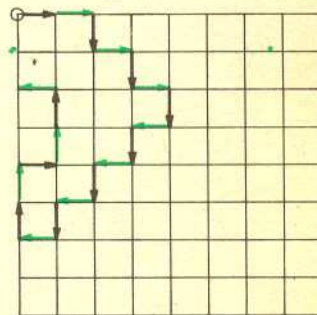
Kratka

Rysunek obok przedstawia kratkę o 9 liniach poziomych i 9 pionowych. Proponujemy użycie jej do następującej gry:

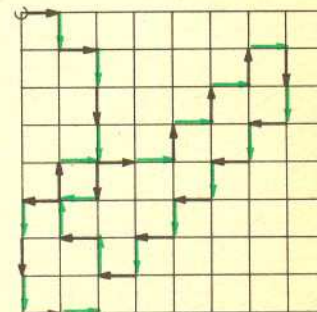
1. Gracze kolejno rysują strzałki jednostkowej długości, pionowe lub poziome, na nie zajętych liniach kratki.
2. Pierwsza strzałka zaczyna się w oznaczonym rogu, a kolejna zaczyna się w końcu poprzedniej.
3. Przegrywa ten, kto nie może narysować strzałki.

Gra może być dwu, lub więcej osobowa. Na rysunkach przedstawione są dwie końcówki w wersji dwuosobowej.

Uważny Czytelnik z łatwością dostrzeże, że strzałki mogą być zastąpione kreskami, czy innym „zajmowaniem” odcinków kratki. Aktualny koniec jest w tym punkcie, do którego prowadzi nieparzysta (1 lub 3) liczba zajętych odcinków. Pozwala to nie marnować na każdą partię nowej kratki, a grać stawiając pionki na liniach zwyczajnej szachownicy.



Partię wygrał „zielony” — niezależnie od ruchu „czarnego” ma on ruch wygrywający.



Partię wygrał „czarny” — wystarczy, aby poszedł w górę; „zielony” musi wtedy pójść w lewo i wówczas ruch „czarnego” w lewo lub w dół kończy grę.

