

# Co to są dyslokacje? Modele strukturalne

Dr Andrzej PAWEŁEK

We współczesnej fizyce kryształów coraz szersze zainteresowanie budzi natura niedoskonałości występujących w rzeczywistej strukturze kryształu. Fizyka kryształów — w tym również fizyka metali — stanowiąca najistotniejszą część fizyki ciała stałego najchętniej zajmuje się kryształem doskonałym. I bardzo dobrze, gdyż daje to wspaniałe rezultaty w postaci coraz lepszego tłumaczenia natury zjawisk przewodnictwa elektrycznego i cieplnego metali, nie mówiąc już o, również bardzo precyzyjnym, wyjaśnieniu istoty półprzewodnictwa i zjawisk magnetycznych.

Ale czy własności elektryczne, ciepłone i magnetyczne to już wszystkie najistotniejsze własności fizyczne metali? Przecież o jakości garnka z blachy, żyłki ze stali czy też wielu, wielu innych konstrukcji z metalu (np. karoserii samochodu, obudowy samolotu czy nawet rakiety kosmicznej) decydują przede wszystkim własności mechaniczne metalu. Nie wnikając w szczegółowe definicje wymienimy kilka najważniejszych takich własności: wytrzymałość na rozciąganie, granica plastyczności, plastyczność, odporność na pękanie oraz twardość. Wytrzymałość na rozciąganie wiąże się z tym, że próbki z różnych metali ulegają zerwaniu przy różnych wartościach sił rozciągających. Granica plastyczności mówi o wartości siły rozciągającej, przy której próbka metalu ze stanu sprężystego (odwracalnego) przechodzi w stan odkształcenia plastycznego (nieodwracalnego). Plastyczność jest związana z wydłużeniem próbki aż do jej zerwania. Im metal jest plastyczniejszy, tym łatwiej i w większym stopniu można go wydłużać. Jeśli chodzi o odporność na pękanie i twardość, to wystarczy nam intuicyjne rozumienie tych pojęć.

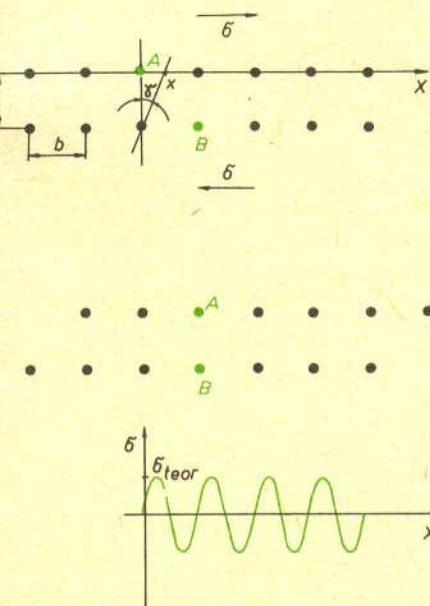
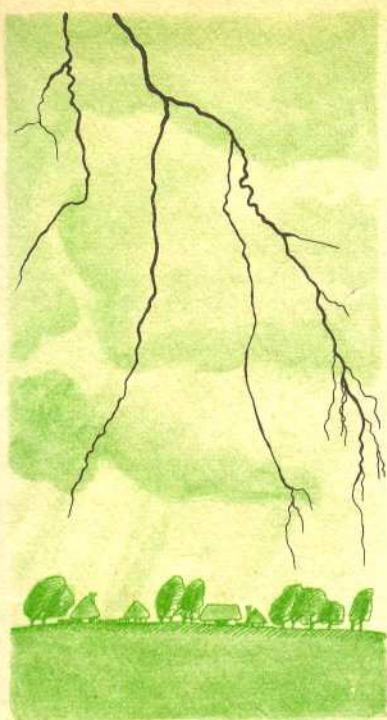
Wracając do garnka i żyłki, nie zawahajmy się powiedzieć, że są to kryształy; może nie w dosłownym znaczeniu i na pewno nie takie idealne, jakimi najczęściej zajmuje się fizyka ciała stałego. W rzeczywistości oba te przedmioty mają budowę polikrystaliczną, tzn. stanowią zlepek mikroskopijnych kryształków o różnie zorientowanych względem siebie (najczęściej pod kątem od kilku do kilkunastu stopni) płaszczyznach krystalograficznych tego samego typu. Te maleńkie obszary mają objętość rzędu od  $10^{-15}$  cm<sup>3</sup> do  $10^{-18}$  cm<sup>3</sup> i noszą nazwę kryształitów lub ziarn. Oddzielone są od siebie powierzchniami rozdziału zwanymi granicami ziarn.

W odróżnieniu od metali o budowie polikrystalicznej możemy w warunkach laboratoryjnych uzyskiwać metale o budowie monokrystalicznej. W zasadzie cechują się one tym, że w całej otrzymanej próbce płaszczyzny krystalograficzne zachowują swą orientację. Ale tylko w zasadzie, gdyż i w monokrystalach można wyodrębnić tzw. bloki — obszary o znacznie większej już objętości rzędu  $10^{-12}$  cm<sup>3</sup> — w których różnice orientacji płaszczyzn krystalograficznych są jednak nie większe niż jeden lub (rzadziej) dwa stopnie.

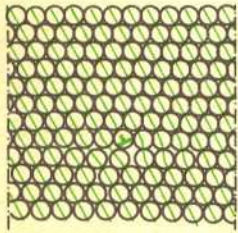
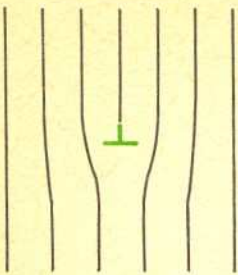
Struktura kryształu rzeczywistego (ziarna, bloku) daleko odbiega od idealnej. Jego sieć krystalograficzna nie jest doskonała, lecz ma defekty. Podstawowym defektem struktury kryształu rzeczywistego jest właśnie dyslokacja — temat naszych dalszych rozważań. Zanim dokładniej określimy jej naturę i własności, prześledzmy, jak doszło do wprowadzenia pojęcia dyslokacji do nauki o kryształach.

Otóż, jak pamiętamy, podstawową własnością mechaniczną metalu jest jego granica plastyczności, czyli taka wartość siły, a ściślej naprężenia (siły działającej na powierzchnię przekroju rozciąganej próbki), przy którym metal ze stanu sprężystego przechodzi w stan plastyczny. I tu następuje rzecz niewiarygodna. Fizyka idealnego kryształu nie jest w stanie przewidzieć wartości tego naprężenia! Obliczenia teoretyczne zastosowane do idealnego kryształu dają bowiem wartość w najlepszym przypadku rzędu od  $10^3$  ÷  $10^5$  razy większą niż wartość zmierzona doświadczalnie. Tak duża rozbieżność inspirowała zwykle powstawanie nowych teorii. I tak też się stało. W latach trzydziestych naszego stulecia kilku uczonych (G. J. Taylor, E. Orowan i M. Polanyi w 1934 roku) wysunęło postulat istnienia defektu wewnątrz sieci krystalicznej. Defekt ten później nazwano dyslokacją, a burzliwie rozwijającą się od tego czasu gałąź wiedzy — teorią dyslokacji.

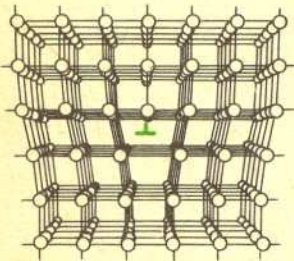
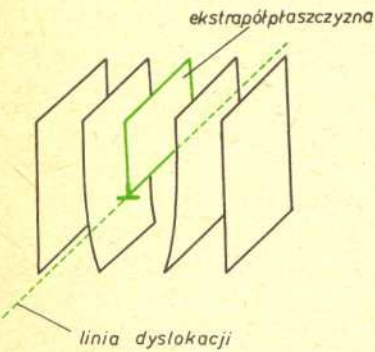
Jak więc doszło do wspomnianej rozbieżności? Aby odpowiedzieć na to pytanie, prześledzimy uproszczone rozważania teoretyczne ilustrujące proces zapoczątkowujący odkształcenie plastyczne kryształu idealnego.



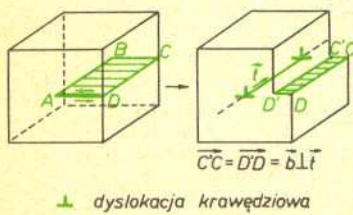
Rys. 1



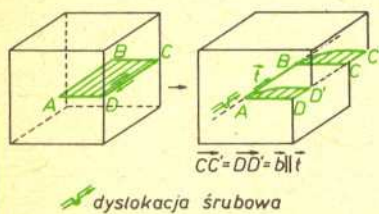
Rys. 2



Rys. 3



↓ dyslokacja krawędziowa



↗ dyslokacja śrubowa

Rys. 4

Najprościej będzie rozważyć jego dwie dowolne, ale sąsiadujące ze sobą płaszczyzny krystalograficzne. Na rysunku 1 widzimy ślad przecięcia takich płaszczyzn atomowych z płaszczyzną rysunku. Odształcić plastycznie kryształ doskonały znaczy przesunąć względem siebie obie płaszczyzny tak, aby np. atom *A* zajął pozycję nad atomem *B*. Początkowo atomy w obu płaszczyznach znajdują się w położeniach równowagi. Aby dokonać przesunięcia o wektor *b*, należy użyć siły działającej stycznie w tych płaszczyznach; oznaczmy ją przez  $F_{teor}$ . Naprężenie styczne, czyli siłę  $F_{teor}$  działającą na powierzchnię jednostkową płaszczyzny oznaczmy przez  $\sigma_{teor}$ . Jasne jest, że po każdym takim przesunięciu o wektor *b*, atomy obu płaszczyzn znowu będą się znajdowały w położeniach równowagi. Stąd wniosek, że wzdłuż każdej płaszczyzny przy względnym ich przesunięciu o *x* (atomy przemieszczają się tutaj jak sztywno połączone kuleczki) naprężenie zmienia się w sposób periodyczny. Najprościej przyjmując, że jest to funkcja sinusoidalna o postaci

$$\sigma = \sigma_{teor} \sin(2\pi x/b)$$

gdzie, jak widzimy,  $\sigma_{teor}$  jest maksymalnym naprężeniem, koniecznym do sztywnego, trwałego przesunięcia płaszczyzn względem siebie o wektor *b*. Aby wyznaczyć  $\sigma_{teor}$ , zauważmy z drugiej strony, że do rozważanego przez nas kryształu możemy zastosować prawo Hooke'a:

$$\sigma = \mu \gamma,$$

gdzie  $\mu$  jest stałą charakteryzującą własności sprężyste danego metalu, zwaną modułem ścinania. Wielkość  $\gamma$  jest natomiast odkształceniem sprężystym, jakiego doznaje kryształ w wyniku ścicia – przesunięcia względnego płaszczyzn na odległość *x* – które jest spowodowane działaniem naprężenia  $\sigma$ . Jego miarą jest po prostu kąt  $\gamma$ . Dla małych odkształceń, czyli dla małych  $\gamma$ , ponieważ  $\gamma \approx \tan \gamma$  zachodzi  $\gamma = x/d$ , a więc:

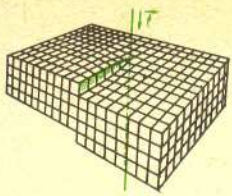
$$\sigma = \mu x/d.$$

Ponieważ dla małych *x* również  $\sin(2\pi x/b) \approx 2\pi x/b$ , więc z porównania obu wzorów na  $\sigma$  oraz przy oczywistym przyjęciu, że  $b \approx d$  otrzymujemy ostatecznie

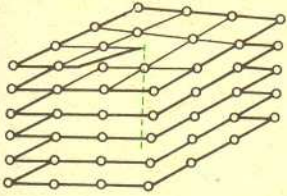
$$\sigma_{teor} = \mu/2\pi.$$

Zmierzone doświadczalnie wartości naprężeń  $\sigma_{dośw}$ , przy których kryształy zaczynają się odkształcać plastycznie, są natomiast co najwyżej rzędu od  $10^{-5} \mu$  do  $10^{-3} \mu$ . Na przykład dla bardzo czystego kryształu miedzi  $\mu = 4600 \text{ kG/mm}^2$ ,  $\sigma_{teor} = 760 \text{ kG/mm}^2$ , a  $\sigma_{dośw} = 20 \text{ G/mm}^2$ ! Tak więc  $\sigma_{teor}/\sigma_{dośw} \approx 4 \cdot 10^4$ . Wprowadzone przez teoretyków lat trzydziestych pojęcie dyslokacji całkowicie usuwa tę kolosalną rozbieżność.

Aby przekonać się na czym polega — w porównaniu z kryształem doskonałym — łatwość odkształcenia plastycznego kryształu zawierającego dyslokację, przejdźmy do opisu modelu dyslokacji. Klasycznym już niemal przykładem jest dwuwymiarowy model dyslokacji w warstwie (sieci) baniek mydlanych, pokazany na rysunku 2. Można by powiedzieć, że dyslokacja (oznaczona schematycznie symbolem  $\perp$ ) powstaje przez „włożenie” dodatkowego szeregu atomów pomiędzy równoległe sąsiadujące ze sobą linie atomów sieci doskonałej. Tak włożone atomy leżą na linii urywającej się w punkcie oznaczonym symbolem  $\perp$ . Teraz już łatwo sobie wyobrazić, że dla utworzenia dyslokacji w sieci trójwymiarowej kryształu należy „włożyć” dodatkową półpłaszczyznę atomów, zwaną ekstrapółpłaszczyzną, pomiędzy dwie równoległe, sąsiadujące ze sobą płaszczyzny atomowe w sieci idealnego kryształu. Model takiej dyslokacji pokazany jest na rysunku 3. Krawędź ekstrapółpłaszczyzny nazywamy linią dyslokacji. Taki model strukturalny przedstawia więc dyslokację prostoliniową, nieskończoną. Dyslokację można utworzyć również w inny sposób, jak się później okaże, przydatniejszy niż poprzedni. Mianowicie, weźmy kryształ w kształcie np. kostki sześcienniej i dokonajmy myślowego cięcia wzdłuż płaszczyzny *ABCD*, tak, aby krawędź *AB* przechodziła przy tym przez środki ścian. Pokazuje to rysunek 4, na którym dla uproszczenia pominięto węzły sieci i atomy. Fizycznie takie cięcie odpowiada chwilowemu wyłączeniu wiązań między atomami sąsiadujących płaszczyzn atomowych po obu stronach cięcia. Możemy teraz dokonać przesunięcia w kierunku prostopadłym do *AB* o pewien wektor *b*, warstw (płaszczyzn atomowych) po stronie górnej względem warstw po stronie dolnej cięcia. Po sklejeniu cięcia (ponownym włączeniu wiązań między atomami) otrzymamy właśnie dyslokację, której linia pokrywa się z krawędzią *AB* cięcia. Sposób rozumowania nie ulegnie zmianie, jeśli kryształ będzie nieskończony; wówczas krawędź *AB* przejdzie w linię prostą. Wektor przesunięcia *b* nazywa się wektorem Burgersa dyslokacji. Jeżeli wektor jednostkowy wzdłuż linii dyslokacji oznaczmy przez *t*, wówczas iloczyn skalarny  $b \cdot t = 0$ . Dyslokacja, dla której wektor Burgersa *b* jest prostopadły do jej linii, nazywa się dyslokacją krawędziową. Oczywiście możemy również utworzyć dyslokację, dla której iloczyn wektorowy  $b \times t = 0$ , czyli dyslokację o wektorze Burgersa *b* równoległym do jej linii. W tym celu przesunięcia o wektor *b* należy dokonać w kierunku krawędzi *AB*.

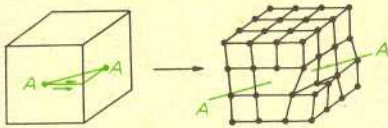


Wracając do modelu z węzłami i atomami sieci możemy dyslokację śrubową, bo tak się ona nazywa, wyobrazić sobie tak, jak pokazuje to rysunek 5. Nasuwa się tu oryginalna analogia układu płaszczyzn atomowych skręconych wokół dyslokacji śrubowej do płaszczyzny podłogi w nowoczesnym, wielopiętrowym garażu. Jedną pochylnią w takim garażu można dojechać na dach, który znajduje się często o wiele pięter powyżej poziomu ulicy. Całkiem podobnie, zataczając linię śrubową wokół linii dyslokacji można przejść z jednej strony kryształu na drugą bez opuszczania płaszczyzny atomowej. W kryształach doskonałych jest to niemożliwe. Modele z rysunku 5 przedstawiają dyslokację śrubową również jako prostoliniową, nieskończoną.



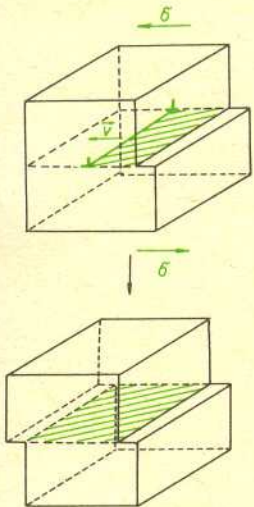
Rozważmy jeszcze sytuację, gdy  $b \cdot t \neq 0$  i  $b \times t \neq 0$ . Wtedy wektor przesunięcia  $b$  tworzy z wektorem  $t$  równoległym do krawędzi cięcia kąt różny od  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  lub  $180^\circ$ . Dyslokacja taka nosi nazwę dyslokacji mieszanej. Jej model przedstawia rysunek 6. Łatwo zauważyć, że krawędź cięcia  $AA$ , pokrywająca się z linią dyslokacji, tworzy kąt  $45^\circ$  z kierunkiem przesunięcia warstw.

Rys. 5



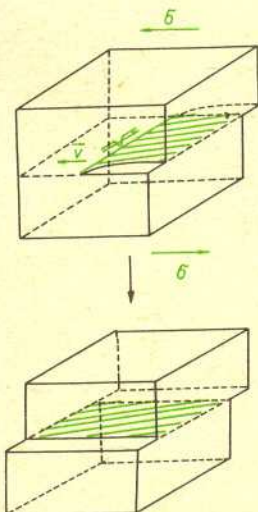
Prześledźmy teraz jak teoria, wzbogacona o pojęcie dyslokacji, prowadzi do usunięcia rozbieżności, o której poprzednio była mowa. W tym celu rozważmy kryształ rzeczywisty. Niech dla uproszczenia będzie to sześcian zawierający jedną dyslokację np. krawędziową. Niech na ten kryształ działa naprężenie zewnętrzne, styczne do płaszczyzny cięcia. Okazuje się, że dyslokacja pod wpływem odpowiedniego naprężenia zewnętrznego może się poruszać! Tak jest, może się poruszać, tzn. zmieniać się może położenie linii dyslokacji. W rezultacie tego ruchu cała półpłaszczyzna może „wyjść” na powierzchnię kryształu tworząc na niej uskok. A więc kryształ zostaje trwale, plastycznie zdeformowany. Rysunek 7 ilustruje efekty wyjścia dyslokacji krawędziowej i śrubowej na powierzchnię kryształu. Staje się oczywiste, że wartość naprężenia potrzebnego do uruchomienia dyslokacji odpowiadać będzie granicy plastyczności rozważanego przez nas kryształu.

Rys. 6



Zauważmy, że dyslokacja krawędziowa porusza się w tej samej płaszczyźnie, w której dokonaliśmy cięcia. Taka płaszczyzna nazywa się płaszczyzną poślizgu dyslokacji. Rzeczywiście nazwa jest trafna, gdyż w przeciwieństwie do sztywnego przemieszczenia płaszczyzn atomowych w kryształach doskonałych, tutaj — wskutek istnienia dyslokacji — płaszczyzny atomowe jak gdyby „ślizgają się” jedna po drugiej. Taki ruch poślizgowy płaszczyzn atomowych może się odbywać już przy naprężeniach — jak to dalej pokażemy — kilka rzędów wielkości mniejszych od naprężeń potrzebnych do sztywnego przesunięcia tych płaszczyzn.

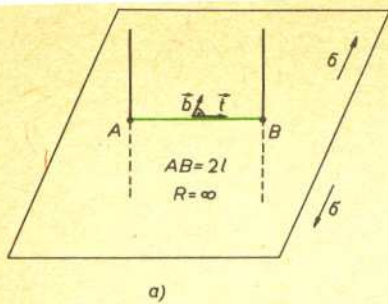
Jak każdy model, rozważane tutaj modele defektów liniowych są nieco wyidealizowane. Czyż nie nasuwa się paradoksalnie brzmiące stwierdzenie, że są to modele doskonałych niedoskonałości!? Idealizacja polega na tym, że rozważane dotychczas dyslokacje są prostoliniowe, nieskończone. W oparciu o model wyidealizowanej dyslokacji trudno jest jeszcze przewidzieć granicę plastyczności kryształu.



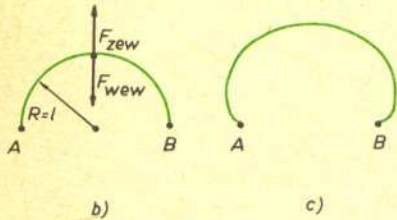
W rzeczywistości nawet bardzo długie linie dyslokacji nie są prostoliniowe, lecz wykazują tendencję do zwiwania się w linie spiralne, tworząc nieregularne tzw. sploty, lub gdy linie są znacznie krótsze, mogą zachować w zasadzie charakter prostoliniowy tworząc mniej lub bardziej regularne trójwymiarowe siatki. Jest to spowodowane między innymi tym, że linie dyslokacji w kryształach nie mogą się nagle urywać wewnątrz kryształu. Mogą tworzyć linie zamknięte, lub wychodzić na powierzchnię rozdziału (jak w przypadku kryształitów) bądź na powierzchnię swobodną kryształu. Uzasadnienie tego faktu pozostawiamy wnikliwości Czytelnika.

Czy dyslokacje rzeczywiście istnieją w kryształach? A w ogóle jak stwierdzić doświadczalnie, że istnieją te twory wymyślone przez teoretyków? Ponad ćwierć wieku temu, bo dopiero w połowie lat pięćdziesiątych przewidywania teoretyczne zostały bezspornie potwierdzone w praktyce. Cud techniki lat pięćdziesiątych — mikroskop elektronowy — stworzył możliwości powszechnych niemal obserwacji dyslokacji. Oczywiście obserwacje takie nie są proste. Po pierwsze, wielkiej precyzji wymaga technika przygotowania preparatu do obserwacji, a po drugie, przy interpretacji uzyskanych obrazów musimy korzystać z wyników teorii dyfrakcji fal elektronowych na defektach sieci krystalicznej (fale elektronowe odgrywają w mikroskopie elektronowym identyczną rolę jak promienie świetlne w mikroskopie optycznym).

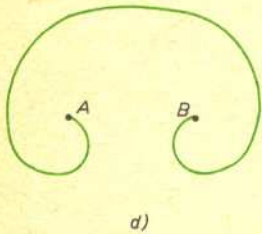
Rys. 7



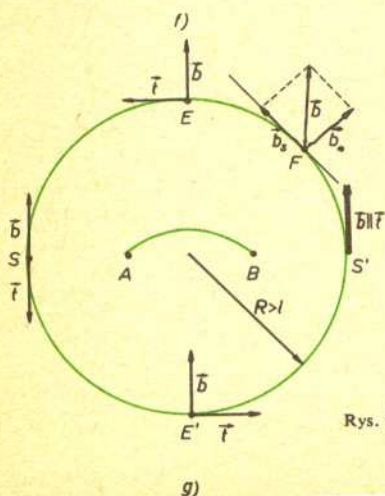
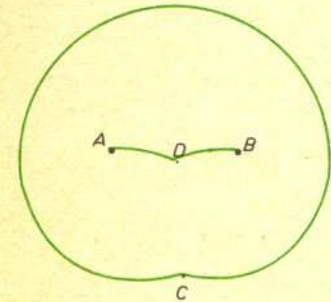
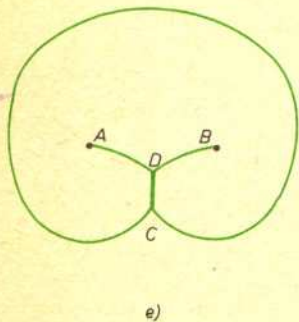
Skąd się biorą dyslokacje w kryształach? Po prostu są one w kryształach od momentu jego „narodzin”, czyli od wyhodowania w sposób sztuczny w warunkach laboratoryjnych lub od naturalnego powstania w procesie krzepnięcia skorupy ziemskiej. Sztucznie wyhodowane kryształy metali — nawet przy zastosowaniu najdoskonalszych metod współczesnej techniki, mają gęstość dyslokacji — czyli całkowitą długość linii dyslokacji w jednostce objętości — co najmniej rzędu  $10^2$  cm/cm<sup>3</sup>. Ho, ho, takie kryształy to już prawie doskonałe. Przeciętny metal o budowie polikrystalicznej po niewielkim odkształceniu plastycznym ma gęstość dyslokacji rzędu  $10^{10} \div 10^{12}$  cm/cm<sup>3</sup> (kilkadziesiąt tysięcy kilometrów linii dyslokacji w 1 cm<sup>3</sup> próbki!).



W warunkach ziemskich nie jesteśmy w stanie wyhodować kryształu niemal bezdyslokacyjnego, gdyż pole grawitacyjne sprzyja powstawaniu prądów konwekcyjnych w krystalizującej cieczy, wskutek czego powstają zaburzenia prowadzące do wytworzenia się dyslokacji, z wyjątkiem może tylko bardzo cieniutkich i długich kryształów nitkowych zwanych inaczej wiskersami lub wąsami. Otrzymanie kryształu nitkowego wymaga jednak bardzo wysokiej precyzji. Prowadzone są też próby hodowania kryształów w stanie nieważkości.



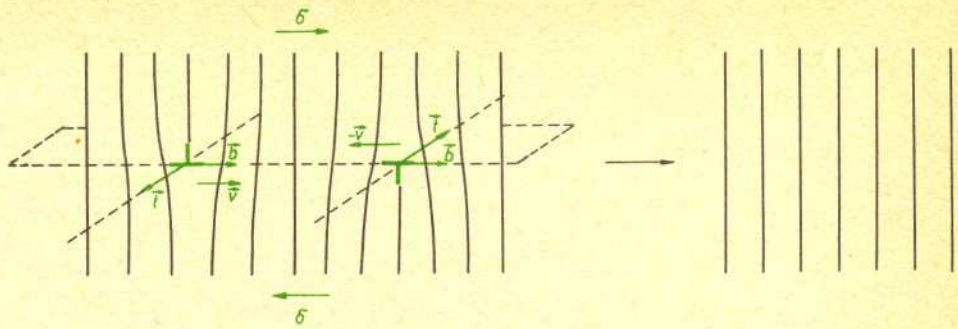
Wróćmy jednak do powstawania dyslokacji w kryształach. Oprócz tych od „urodzenia” w czasie trwania procesu odkształcenia plastycznego powstają ciągle nowe. Na przykład monokryształ miedzi o początkowo niskiej gęstości dyslokacji (około  $10^3$  cm/cm<sup>3</sup>) przy przejściu w stan plastyczny ma gęstość ponad  $10^6$  cm/cm<sup>3</sup>. Trzy rzędy wielkości różnicy. Wniosek stąd, że muszą znajdować się w kryształach bardzo obfite źródła dyslokacji. I rzeczywiście tak jest. Klasycznym przykładem takiego źródła jest tzw. źródło Franka-Reada. Jak pamiętamy, linie dyslokacji (tych „urodzonych”) mogą tworzyć przestrzenne siatki. Każde ogniwo siatki może, jak się okazuje, być takim źródłem. Przy odpowiednim naprężeniu zewnętrznym może ono zadziałać produkując określoną liczbę kołowych linii dyslokacji zwanych pętlami. Wyobraźmy sobie, jak to ilustruje rysunek 8a, że taki segment linii dyslokacyjnej krawędziowej o długości  $AB = 2l$  leży w płaszczyźnie rysunku, która równocześnie jest płaszczyzną poślizgu. Punkty A i B są węzłami przestrzennej siatki dyslokacji. Niech teraz w płaszczyźnie poślizgu działa naprężenie  $\sigma$ . Co się będzie działo z naszym segmentem? Będzie się on coraz bardziej wyginał. Poszczególne rysunki (od 8b do 8g) ilustrują kolejne fazy działania źródła. Wzrost pętli odbywa się na takiej samej zasadzie, jak powiększanie się nadmuchiwanej banieczki mydlanej. Tam błonka podlega działaniu sił napięcia powierzchniowego, tutaj mówimy, że wyginanie linii dyslokacji zachodzi kosztem pokonywania sił napięcia liniowego dyslokacji. W końcowej fazie wzrostu pętli jej fragmenty stykają się na odcinku CD i jako „kawałki” dyslokacji o przeciwnych znakach ulegają anihilacji, czyli po prostu znikają. Pętla się zamyka, pozostawiając „resztkę” pomiędzy punktami zakotwiczenia A i B. Jeżeli naprężenie zewnętrzne działa dalej, wówczas „resztkę” — czyli nowy segment siatki — może znowu dać pętlę itd. itd. Źródło działa wysyłając kolejne pętle dyslokacji.



Wspomnieliśmy o znaku dyslokacji. Tak, są dyslokacje dodatnie i ujemne. Dodatnia będzie się poruszać zgodnie z kierunkiem naprężenia  $\sigma$ , ujemna w kierunku przeciwnym. Jak elektron i dziura w polu elektrycznym! Przyjrzyjmy się dokładniej rysunkowi 8g. Możemy zauważyć na czym polega różnica między dyslokacjami o znakach przeciwnych. Górna część pętli rozszerza się w kierunku zgodnym z  $\sigma$ , jest to więc dyslokacja dodatnia. Możemy jej przypisać znak sinusa kąta między wektorami  $b$  i  $t$ . Umawiamy się przy tym, że zwrot wektora jednostkowego  $t$ , stycznego do linii dyslokacji, wybieramy na przykład zgodnie z kierunkiem ruchu wskazówek zegara. Natomiast dolna część pętli porusza się w kierunku przeciwnym do  $\sigma$ , jest to więc dyslokacja ujemna i znak  $\sin(b, t)$  jest również ujemny. Dla dyslokacji śrubowej iloczyn wektorowy  $b \times t$  jest zawsze równy zeru. Jej znak określamy jako znak iloczynu skalarnego  $b \cdot t$ . Zwróćmy jeszcze uwagę na fakt, że tylko punkty E i E' pętli mają charakter dyslokacji czysto krawędziowej, zaś punkty S i S' czysto śrubowej. W każdym innym punkcie pętla ma charakter dyslokacji mieszanej, gdyż wektor Burgersa  $b$ , np. w punkcie F, można zawsze rozłożyć na dwie różne od zera składowe: krawędziową  $b_e$  i śrubową  $b_s$ .

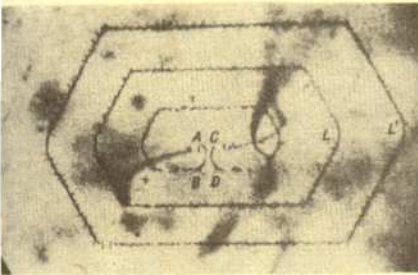
Stwierdzenie, że na odcinku CD ma miejsce anihilacja dyslokacji, może budzić wątpliwości. Aby przekonać Czytelnika, że anihilacja rzeczywiście zachodzi, wystarczy spojrzeć na rysunek 9. Dwie przeciwne dyslokacje (dla uproszczenia krawędziowe) poruszają się ku sobie. Co się stanie w momencie ich spotkania? Ekstrapłaszczyzna górna połączy się z ekstrapłaszczyzną dolną. Struktura kryształu będzie znowu idealna. Obie dyslokacje znikną, ulegną anihilacji.

Rys. 8



Rys. 9

Kształt wysyłanych pętli w kryształach rzeczywistych najczęściej odbiega od kołowego. Niekiedy jest on zbliżony do elipsy, niekiedy do wieloboku. Dzieje się tak dlatego, że kryształ jest osrodkiem anizotropowym, jego własności fizyczne (np. prędkość ruchu dyslokacji) zależą od kierunku, w którym je badamy, w przeciwieństwie do osrodków izotropowych, których własności nie zależą od kierunku. Dla przykładu na rysunku 10 przedstawiona jest fotografia obrazu obserwowanego pod mikroskopem elektronowym, na której utrwalono produkowane przez źródło Franka-Reada w kryształach krzemu „sześciokątne” pętli dyslokacji. Tylko w kryształach o małym stopniu anizotropii pętle są zbliżone do kołowych.



Rys. 10

Jakie jest to odpowiednie, krytyczne naprężenie, przy którym źródło zaczyna działać produkując coraz więcej dyslokacji? Powinno ono już odpowiadać granicy plastyczności kryształu rzeczywistego. Oznaczmy je przez  $\sigma_c$  i spróbujmy oszacować jego wartość. Zauważmy, że musi ono odpowiadać sytuacji z rysunku 8b, czyli gdy pętla osiąga dokładnie kształt półokręgu o promieniu 1. Wówczas bowiem promień krzywizny  $R$  pętli osiąga wartość ekstremalną  $R = 1$  i siła zewnętrzna  $F_{zew}$  działająca na dyslokację zostaje zrównoważona siłą wewnętrzną  $F_{wew}$ , pochodzącą od jej napięcia liniowego  $T$ .

Nie wnikając w szczegółowe rozważania, podamy proste związki tych wielkości z charakterystycznym dla dyslokacji wektorem Burgersa  $b$ . Jeśli dyslokacja znajduje się pod działaniem naprężenia  $\sigma$ , to na każdą jednostkę jej długości działa siła  $F_{zew} = \sigma b$ . Siła wewnętrzna, pochodząca od napięcia liniowego  $T$ , jest zawsze skierowana do wewnątrz pętli wzdłuż promienia krzywizny linii dyslokacji i stara się „ściągnąć” dyslokację do jej położenia wyjściowego z rysunku 8a. Dana jest ona wzorem  $F_{wew} = T/R$ . Napięcie liniowe jednostki długości linii dyslokacji wyrażane jest w jednostkach energii i równa się  $T \approx \mu b^2$ . Z warunku równowagi  $F_{zew} = F_{wew}$  otrzymujemy ostateczny wzór na wartość krytycznego naprężenia  $\sigma_c$  w postaci:

$$\sigma_c = \mu b/l.$$

Porównajmy teraz wartość  $\sigma_c$  z wartością  $\sigma_{teor} = \mu/2\pi$ , która wynika z teorii kryształu doskonałego. Zakładając przeciętne wartości dla  $b = 2 \cdot 10^{-8}$  cm oraz  $l = 10^{-3}$  cm otrzymujemy  $\sigma_{teor}/\sigma_c = l/2\pi b \approx 10^4$ . A więc nowa teoria uwzględniająca pojęcie dyslokacji daje wartość granicy plastyczności już zgodną z doświadczeniem.

Dyslokacje odgrywają istotną rolę nie tylko w zjawiskach deformacji metali — od poznania których w tak dużym stopniu zależy nasza współczesna technologia — lecz, nie przesadzając, odgrywają one decydującą rolę w najpotężniejszych ze wszystkich deformacji spotykanych na Ziemi — wstrząsach, które spowodowały powstanie łańcuchów górskich oraz kontynentów. Być może dalszy rozwój teorii dyslokacji pomoże nam zrozumieć mechanizm trzęsień ziemi i przewidywać je dokładnie.

Istnienie dyslokacji wewnątrz ziaren — kryształów lodu pozwala zsuwać się wysokim górcom i masom lodowym zalegającym obszary kuli ziemskiej pod dużymi szerokościami geograficznymi. Dzieje się tak wskutek plastycznego płynięcia lodowców i płyt lodowych powstałych z nagromadzonych niegdyś w tych obszarach warstw śnieżnych.

Wszystkie przedstawione tutaj modele dyslokacji wywodzą się z badań nad rzeczywistą strukturą kryształu — osrodka z natury dyskretnego. Nazwaliśmy je modelami strukturalnymi. W odróżnieniu od nich istnieją modele, które wywodzą się z klasycznej mechaniki osrodków ciągłych, a ściślej z teorii sprężystości, która ciało stałe traktuje jako tzw. kontinuum, czyli osrodek ciągły o własnościach sprężystych, bądź izotropowy (jak ciała niekryształiczne lub polikryształy), bądź anizotropowy (jak kryształy). Są to modele zwane kontynualnymi.



#### Rozwiązanie zadania M 307.

Dla liczb postaci  $a + b\sqrt{2}$  ( $a, b$  — całkowite) wprowadźmy operację *sprężenia*, określając  $a + b\sqrt{2} = a - b\sqrt{2}$ . Sprawdzamy łatwo — jak przy liczbach zespolonych — że sprężenie sumy (iloczynu) jest sumą (iloczynem) sprężen. Zatem jeżeli  $(1 + \sqrt{2})^n = A + B\sqrt{2}$ , to  $(1 - \sqrt{2})^n = A - B\sqrt{2}$ . Stąd mamy  $(-1)^n = (1 + \sqrt{2})^n (1 - \sqrt{2})^n = A^2 - 2B^2$ , czyli  $A = \sqrt{2B^2 + (-1)^n}$ . Ostatecznie  $(1 - \sqrt{2})^n = \sqrt{2B^2 + (-1)^n} - \sqrt{2B^2}$ , więc za  $m$  z zadania przyjmiemy  $2B^2$  dla  $n$  parzystych lub  $2B^2 - 1$  dla  $n$  nieparzystych.