



lew - panthera leo.

Odpychający punkt stały

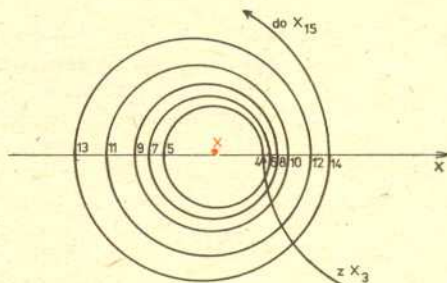
Przekształcenia $y = \log x$ nie można iterować (powtarzać), bo dla dowolnego wyjściowego x wyrażenie

$$y = \log \log \dots \log x$$

szybko przestanie być dodatnie. Umówmy się jednak, że w takim przypadku zmienimy znak ... i określimy ciąg dalej: tak by zawsze wyraz następny był logarytmem poprzedniego (lub poprzedniego ze zmienionym znakiem).

Od razu pierwsza wątpliwość: czy nie trafimy w zero? Oczywiście, zdarzy się. Kiedy? To pierwsze nasze zadanie dla Czytelnika. „Na ogół” nie trafimy jednak w zero i ciąg nasz będzie określony dla wszystkich n : $x_{n+1} = \log|x_n|$; wyraz początkowy x_1 — (prawie) dowolny. Nieco inaczej można napisać

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \log x_n^2.$$



Zbadajmy historię punktu $x_1 = 1982$ w kolejnych iteracjach. Logarytm 1982 wynosi 3,2971..., następnie $x_3 = \log \log 1982 = 0,5181...$, $x_4 = \log \log \log 1982 = -0,2856...$ i tak dalej (rysunek). Kolejne punkty jakby odbijały się od jakiegoś położonego między nimi, piętnasty trafi bardzo blisko zera: $x_{15} = -0,0053...$ bliżej zera padnie dopiero $x_{85} = 0,00016...$, więc szesnasty odskoczy daleko w lewo $x_{16} = -2,2751...$, ale od osiemnastego znów zaczną jakby się odkręcać od... o właśnie, jakiego punktu?

Odpowiedź brzmi: wokół punktu równego w przybliżeniu $x = -0,3990129...$. Ale jak dojść do tego? To drugie zadanie.

Ten punkt jest odpychający: trzeba idealnie trafić w niego, żeby w nim zostać; nawet najdrobniejsze uchybienie spowoduje, że odlecimy daleko. A zresztą trafić w niego nie sposób (dlaczego). I tu wskazówka do drugiego zadania: Trzeba zamienić odpychający punkt stały na przyciągający. Dla jakiego przekształcenia?

A jak poradzić sobie z punktem przyciągającym? tak jak z kozą.



Rozwiązanie zadania F 117

Gdyby młynek pracował pod nieobecność zewnętrznych momentów sił, wówczas, zgodnie z zasadą zachowania momentu pędu, wirnik i korpus obracałyby się w przeciwnie strony z prędkościami kątowymi odwrotnie proporcjonalnymi do swoich momentów bezwładności. Zaobserwowanie takiego efektu w stanie ustalonym pracy urządzenia jest z reguły niemożliwe, ponieważ konstruktorzy celowo zwiększają tarcie pomiędzy obudową i podłożem. Niekiedy ustawienie młynka na kartce papieru pozwala do tego stopnia zmniejszyć tarcie, że w trakcie mielenia korpus zaczyna wirować z niewielką prędkością kątową. W tych nielicznych przypadkach określenie kierunku obrotów wirnika nie stanowi problemu.

W pozostałych rozstrzygnięcia dostarcza obserwacja urządzenia w stanie nieustalonym tuż po włączeniu bądź wyłączeniu zasilania. Dla silników elektrycznych moment sił działających na wirnik, a zatem i na korpus młynka, zależy od prędkości kątowej. Przy niewielkich prędkościach kątowych moment ten jest tak duży, iż zdolny jest pokonać nawet znaczne tarcie. Podczas włączania widoczny jest gwałtowny „odrzut” korpusu. Gdy młynek ma kształt zbliżony do walcowego, położenie młynka na powierzchni bocznej oczywiście potęguje ten efekt. Pewnych trudności praktycznych dostarczyć mogą młynki wymagające ciągłego utrzymywania w dłoniach i stałego wywierania nacisku na wyłącznik. Wierzymy, że i w takim przypadku Czytelnik potrafi rozwiązać postawione zadanie.