

W 1979 roku amerykańsko-angielska grupa astronomów kierowana przez Raya Weymanna poszukiwała na niebie, w dziedzinie światła widzialnego, odpowiedników radioźródeł specjalnego typu, tzw. kwazarów (z ang. Quasi Stellar Radio Source). W trakcie tych badań odkryli oni intrygujący obiekt, któremu dane było stać się jedną z większych sensacji astronomicznych ostatnich lat — podwójny kwazar Q 0957 + 561A,B. Składa się on z dwóch źródeł o prawie równej jasności i jednakowym przesunięciu linii widmowych ku czerwieni, odległych od siebie na niebie o około 6 sekund łuku. Okazało się, że ich optyczne widma są z bardzo dużą dokładnością identyczne (wedle słów odkrywców widma te są podobne do siebie bardziej, niż widma jakichkolwiek dwóch spośród około 1500 znanych astronomom kwazarów). Odkrywczy zasugerowali, że znaleźli pierwszy obiekt, którego wygląd spowodowany został działaniem soczewki grawitacyjnej! Cóż to jednak oznacza?

Cofnijmy się na chwilę do roku 1916. Wiemy, że wtedy właśnie Albert Einstein sformułował ostatecznie swoją Ogólną Teorię Względności — zupełnie nową, rewelacyjną metodę opisu zjawisk grawitacyjnych. Sam autor teorii zaproponował kilka testów obserwacyjnych pozwalających ją skutecznie zweryfikować. Jeden z nich to porównanie wartości wyliczonej na bazie OTW ze zmierzoną obserwacyjnie wartością kąta ugięcia przechodzących w pobliżu Słońca promieni światła obserwowanych przez nas gwiazd.

Jak wiadomo, wyniki licznych obserwacji przeprowadzonych podczas zaćmień Słońca bardzo dobrze zgadzają się z przewidywaniami teorii. W latach trzydziestych Einstein zasugerowany przez czeskiego inżyniera Mandla sprawdził możliwość powstania podwójnego obrazu gwiazdy, gdy w pobliżu linii łączącej ją z Ziemią znajduje się druga gwiazda — działająca jak „soczewka grawitacyjna” (Czytelnik może sprawdzić, że odległość od Słońca obserwatora, który może obserwować dwa obrazy leżącej daleko za Słońcem punktowej gwiazdy, jest kilkanaście razy większa od wielkiej półosi orbity Plutona!). Zważywszy na małe prawdopodobieństwo współliniowego położenia dwóch gwiazd i Ziemi Einstein pesymistycznie ocenił możliwość znalezienia tego typu „soczewek” w Kosmosie. Niebawem astronom amerykański Fritz Zwicky zwrócił uwagę na możliwość istnienia soczewek grawitacyjnych w znacznie większych skalach przestrzennych niż te, charakterystyczne dla gwiazd, i o rozciągłej strukturze rozkładu masy, soczewek — galaktyk.

Do tej właśnie koncepcji nawiązali odkrywcy podwójnego kwazara. Sugerowali, że obiekt ten jest w istocie podwójnym obrazem pojedynczego kwazara (stąd taka identyczność charakterystyk obu obserwowanych źródeł), powstałych wskutek grawitacyjnego oddziaływania galaktyki leżącej „gdzieś” na drodze światła w kierunku Ziemi. Intensywne poszukiwania domniemanej galaktyki-soczewki zostały uwieńczone powodzeniem na jesieni 1979 roku. Jako pierwsi soczewkę — gigantyczną galaktykę eliptyczną, tzw. typu cD — zaobserwowali astronomowie amerykańscy z Kalifornii, pracujący na pięciometrowym teleskopie Hale’a w obserwatorium na Mt. Palomar.

Einstein zakładając, że Słońce działa jak masa punktowa, wyprowadził następujący wzór na kąt ugięcia promieni światła:

$$\alpha = \frac{4GM_{\odot}}{c^2 R} = \frac{4GM_{\odot}}{c^2 R_{\odot}} \left( \frac{R_{\odot}}{R} \right) = 1''.75 \left( \frac{R_{\odot}}{R} \right),$$

gdzie

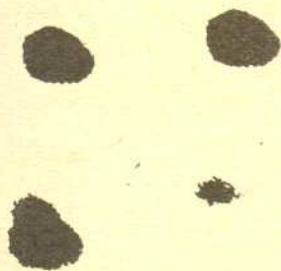
$G = 6,7 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ s}^{-2}$  — stała grawitacji

$M_{\odot} = 2 \times 10^{33} \text{ g}$  — masa Słońca

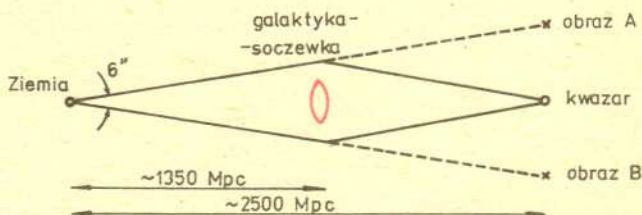
$R_{\odot} = 7 \times 10^{10} \text{ cm}$  — promień Słońca

$c = 3 \times 10^{10} \text{ cm s}^{-1}$  — prędkość światła

$R$  — parametr zderzenia promienia światła — minimalna odległość pomiędzy prostą, wzdłuż której początkowo biegnie z nieskończoności promień, a środkiem Słońca.



Rys. 1. Podwójny kwazar Q 0957 + 561A,B. Zdjęcie lewe — podwójny kwazar w pełnej krasie; zdjęcie prawe — po usunięciu dolnego obrazu kwazara widać galaktykę-soczewkę.



Rys. 2. Tak rozumiemy dziś konfigurację, w której powstał podwójny obraz kwazara.

Już wiosną 1980 roku odkryto (znowu przy współdziałaniu R. Weymanna) drugi osobliwy obiekt, którego morfologię wytłumaczono przyjmując hipotezę soczewki grawitacyjnej, potrójny kwazar Q 1115 + 080A,B,C (znowu identyczne przesunięcia ku czerwieni i bardzo podobne widma; odległości składników ok. 2'',5). Jednak do dzisiaj, mimo usilnych prób, nie udało się znaleźć ewentualnej soczewki powodującej taką konfigurację obrazów pojedynczego źródła (istniejące modele teoretyczne sugerują, iż mogłaby to być masywna galaktyka spiralna).

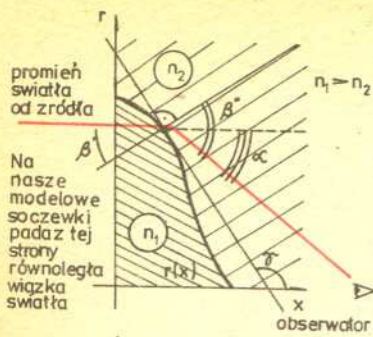
Miejmy nadzieję, że los będzie łaskawy i lista znanych astronomom soczewek grawitacyjnych nie skończy się na tych dwóch (a właściwie 1 + 1/2) fascynujących obiektach!

## II. SOCZEWKI „GRAWITACYJNE” NA ZIEMI

Spróbujmy teraz zbudować proste modele szklanych soczewek uginających promienie światła podobnie do soczewek grawitacyjnych — punktowych i rozciągłych. Pamiętajmy, że masa punktowa (np. Słońca) ugina promienie zgodnie z formułą:

$$\alpha_{\odot} = \frac{4GM_{\odot}}{c^2 R_{\odot}} \frac{R_{\odot}}{R} = 1''.75 \left( \frac{R_{\odot}}{R} \right).$$





Rys. 3.

Dla galaktyk z rozciągniętymi otoczkami (tzw. halo), w których gęstość maleje proporcjonalnie do  $\frac{1}{r^2}$  ( $r$  — odległość od środka galaktyki), kąt ugięcia promienia światła w przybliżeniu nie zależy od parametru zderzenia. Przyjmujemy, że dla dużej, masywnej galaktyki prawdziwa jest zależność:

$$(2) \quad \alpha_G \cong \text{const} = 3''.$$

Spójrzmy teraz na rysunek obok. Przedstawia on przekrój przez górną część naszej modelowej soczewki wykonanej z materiału o współczynniku załamania  $n_1$ . Lewa jej ściana dla uproszczenia rozważań jest płaska, prawa opisywana jest poszukiwaną funkcją  $r(x)$ . Ośrodek między obserwatorem i soczewką ma współczynnik załamania  $n_2$ . Z rysunku widać, że

$$\frac{dr}{dx} = \text{tg} \gamma' = -\text{ctg} \beta'.$$

Z prawa Snelliusa wiadomo, że  $\frac{n_1}{n_2} \sin \beta' = \sin \beta'' = \sin(\beta' + \alpha) = \sin \beta' \cos \alpha + \cos \beta' \sin \alpha$ .

Z poprzednich rozważań wiemy, że kąt  $\alpha$  jest bardzo mały (rzędu sekund łuku), więc prawdziwe jest przybliżenie  $\sin \alpha \cong \alpha$ ,  $\cos \alpha \cong 1$ .

Otrzymujemy więc z prawa Snelliusa równość  $\frac{n_1}{n_2} = 1 + \alpha \text{ctg} \beta'$ .

Ostatecznie równanie różniczkowe opisujące kształt soczewki ma następującą postać

$$(3) \quad \frac{dr}{dx} = -\frac{\left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right)}{\alpha(r)}.$$

Aby to równanie rozwiązać wykorzystamy nasze założenia o kształcie funkcji  $\alpha(r)$ .

### 1. Soczewka punktowa — Słońce.

$$\alpha_{\odot}(r) = 1''{,}75 \left(\frac{r}{R}\right)^{-1} = 1''{,}75 r^{-1}.$$

Niech  $x^* = x/R$ .

Z równania (3) mamy  $\frac{dr^*}{r^*} = -A \cdot dx^*$ ,  $A = 1,2 \times 10^5 \left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right)$ .

Rozwiązanie ma postać  $r^*(x^*) = r^*(0)e^{-A \cdot x^*}$ .

Soczewka ta formą przypomina podstawkę kieliszka do wina.

Ponieważ tarcza Słońca jest nieprzezroczysta, przyjmujemy taki model soczewki jak na rysunku obok.

Poszukajmy teraz  $x^*$  w naszym modelu z  $r^*(0) = 10$ :

$$r^*(x_0^*) = 1 = 10e^{-A \cdot x_0^*}, \quad \text{stąd } x_0^* = \frac{1,9 \times 10^{-5}}{\frac{n_1}{n_2} - 1}.$$

Czytelnik z łatwością sprawdzi, że jeżeli krążek o średnicy 1 cm umieścimy około 107 cm od oka, to ma on taką samą średnicę kątową jak Słońce na niebie. Wybierzmy więc w naszym modelu  $R_{\odot} = 5$  mm (i oglądajmy go z ok. 107 cm), co oznacza, że soczewka ma średnicę 10 cm i grubość (w środku):

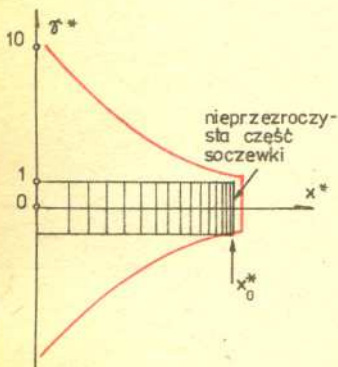
$$(4) \quad x_0 = \frac{10^{-4}}{\frac{n_1}{n_2} - 1} \text{ mm}.$$

### 2. Soczewki rozciągnięte — galaktyki

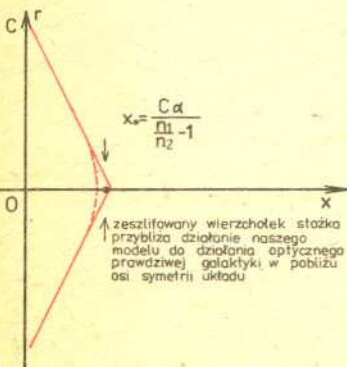
Podstawiając (2) do równania (3) otrzymujemy

$$dr = -\frac{\frac{n_1}{n_2} - 1}{\alpha} dx, \quad \text{czyli } r = -\frac{\frac{n_1}{n_2} - 1}{\alpha} x + C.$$

Z rysunku obok widzimy, że soczewka ta ma prostą formę stożka. Ponieważ zakładamy, że galaktyka jest „przezroczysta”, nie zasłaniamy centralnej części soczewki. Ponieważ promienie przechodzące przez środek galaktyki są uginane znacznie słabiej niż promienie przechodzące przez jej otoczkę (dlatego pisaliśmy  $\alpha_G \cong \text{const}$ ) — zeszlifujemy środek soczewki tak jak na rysunku. Niech ta soczewka, tak jak poprzednia, ma średnicę około 10 cm (tzn.  $C = 5$  cm).

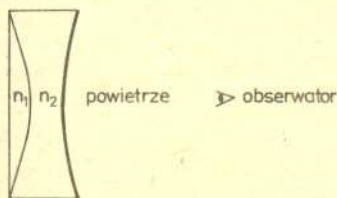
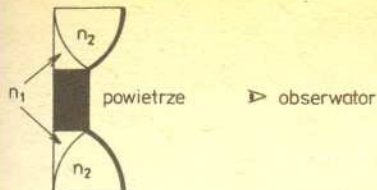


Rys. 4.



Rys. 5.





Rys. 6.

Jesienią 1981 roku odkryto kolejną bliską parę kwazarów. Są one odległe od siebie o 7'',3, mają identyczne widma i przesunięcia ku czerwieni. Podejrzewa się, że jest to trzecia soczewka grawitacyjna.

Łatwo sprawdzić, że obrazy odległe na niebie o 6'' otrzymamy umieszczając ją, bagatela, ok. 3,5 km (!) od oka. Grubość jej wyraża się wzorem:

$$(5) \quad x_0 = \frac{7,2 \times 10^{-4}}{\frac{n_1}{n_2} - 1} \text{ mm.}$$

Formuły opisujące grubość naszych soczewek wskazują na istotną techniczną trudność w realizacji ewentualnej budowy takich „poglądowych” modeli. Otóż, jeśli ośrodek o współczynniku załamania  $n_2$  to powietrze, to mianowniki wyrażen (4,5) dla typowych szkieł (współczynnik załamania  $n_1$ ) są rzędu kilku dziesiątych. Jest to nader przykra okoliczność, zważywszy na konieczność szlifowania soczewek o grubości rzędu  $10^{-3}$  mm! Można częściowo zmniejszyć trudność wypełniając przestrzeń między obserwatorem a soczewką szkłem o współczynniku załamania troszeczkę mniejszym niż współczynnik załamania szkła z którego wykonano soczewkę, tak by bardzo mały mianownik wyrażen (4) i (5) dawał grubości soczewek np.  $> 1$  mm. Uważny Czytelnik zauważył już zapewne, że nie trzeba wypełniać dodatkowo materiałem o współczynniku załamania  $n_2$  całej przestrzeni między właściwą soczewką a obserwatorem. Trzeba tylko odpowiednio zeszlifować powierzchnię dzielącą dodatkową część ( $n_2$ ) soczewki i powietrze. Pytanie brzmi: jaki jest kształt tych powierzchni (patrz rysunek)? Wyżej nasze modele zostały określone jako poglądowe w cudzysłowie. Dlaczego? Dlatego, że kątowa zdolność rozdzielcza oka ludzkiego jest rzędu 1 minuty łuku. Wynika z tego, że zmiany położenia na sferze niebieskiej punktów znajdujących się za naszymi soczewkami ze szkła są gołym okiem niezauważalne. Oczywiście rezultat naszych obliczeń musiał być taki, ponieważ cały czas wymagaliśmy od naszych modeli, by ugięły promienie światła tak samo, jak prawdziwe Słońce czy galaktyka, a przecież ogniskującego działania tych ostatnich nie można zauważyć gołym okiem.

Jednak modele nasze są poglądowe w tym sensie, że pokazują jak słabymi soczewkami, w „ziemskim” rozumieniu tego słowa, są soczewki grawitacyjne, oraz pozwalają zrozumieć różnice między działaniem soczewki punktowej i soczewki rozciągłej.

Jeżeli wykonać modele analogiczne do naszych w sposób najprostszy (tzn.  $n_1$  — współczynnik załamania szkła lub pleksiglasu,  $n_2$  — powietrza), to uzyska się przyrządy umożliwiające demonstrację jakościowych aspektów ogniskowania grawitacyjnego. Należy pamiętać jednak, że uzyskane soczewki będą znacznie silniejszymi układami optycznymi, niż ich obserwowane astronomiczne odpowiedniki.



## Zadania

Redaguje mgr Krzysztof S. NOWIŃSKI

**M 295.** Przez  $x_1, x_2, x_3, x_4$  i  $x_5$  oznaczmy odległości punktu  $P$  leżącego w danym pięciokącie foremnym od prostych, na których leżą boki pięciokąta. Uporządkujmy te liczby tak, by  $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq x_5$ . Znaleźć największą i najmniejszą możliwą wartość  $x_3$ .

Rozwiązanie na str. 9

**M 296.** W równaniu  $x^2 + px + q = 0$  współczynnik  $p$  jest dokładny, natomiast  $q$  znany z dokładnością do 0,001. Z jaką dokładnością potrafimy określić pierwiastki tego równania, jeżeli  $\Delta = p^2 - 4q > 100$ ?

Rozwiązanie na str. 10

**M 297.** Znaleźć wszystkie takie trójki liczb naturalnych  $x, y, z$ , większych od 1, że  $z|xy+1, y|xz+1, x|yz+1$ . ( $p|q$  oznacza, że  $p$  jest dzielnikiem  $q$ ).

Rozwiązanie na str. 7

Redaguje mgr Tomasz TRATKIEWICZ

**F 113.** Miedzianą rurą przesyłana jest para wodna. W celu zmniejszenia strat ciepłych położono na rurze warstwę materiału izolującego (źle przewodzącego ciepło) o stałej grubości. Okazało się jednak, że straty ciepłe zamiast zmaleć — wzrosły. Wyjaśnić popełniony błąd. Rozwiązanie na str. 6

**F 114.** Jeżeli przez bryłę lodu przetrzeć się cienki, obciążony jak na rysunku drut metalowy, to po stosunkowo krótkim czasie przenika on przez lód, zaś bryła pozostaje nienaruszona. Zastąpienie drutu żyłką nylonową o tej samej średnicy nie wywołuje opisanego efektu. Dlaczego?

Rozwiązanie na str. 15

