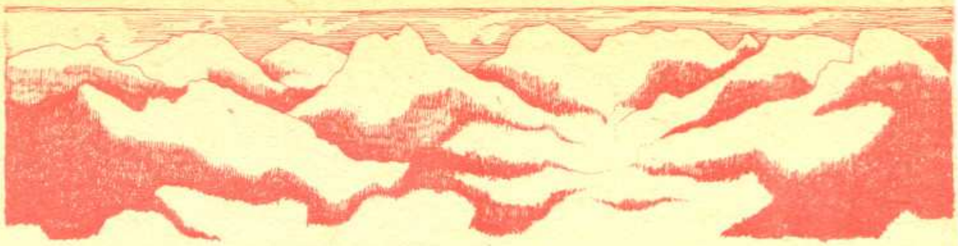
H_2	wodór
OH	hydroksyl
SiO	tlenek krzemu
SiS	siarczek krzemu
NS	siarczek azotu
SO	tlenek siarki
CH	metylidyn
CH^+	jon metylidynowy
CN	cyjan
CO	tlenek węgla
CS	siarczek węgla
H_2O	woda
N_2H^+	jon dwuazotku wodoru
H_2S	siarkowodór
SO_2	dwutlenek siarki
CCH	etynal
HCN	cyjanowodór
HNC	izocyjanowodór
HCO^+	jon formylu
HCO	formyl
OCS	siarczek karbonylu
NH_3	amoniak
C_2H_2	acetylen
C_3N	cyjanoetinyl
H_2CO	formaldehyd
HNCO	kwas izocyjanowy
H_2CS	tioaldehyd mrówkowy
H_2CNH	metylenoimina
H_2NCN	cyjanamid
HCOOH	kwas mrówkowy
HC_3N	cyjanoacetylen
CH_3OH	alkohol metylowy
CH_3CN	cyjanek metylu (acetonitryl)
$HCONH_2$	formamid
CH_3NH_2	metyloamina
CH_3C_2H	metyloacetylen
$HCOCH_3$	aldehyd octowy
H_2CCHCN	cyjanek winylu (akrylonitryl)
HC_5N	cyjanodwuacetylen
$HCOOCH_3$	mrówczan metylu
$(CH_3)_2O$	eter dwumetylowy
C_2H_5OH	alkohol etylowy
C_4H_3N	metylocyjanoacetylen



Patrz w niebo

Kiedy dwa miesiące temu pisałem o tym, ,,co widać między gwiazdami'', dokonałem dość istotnego uproszczenia, które polegało na założeniu, że przestrzeń międzygwiazdowa w Galaktyce jest praktycznie pusta. Jak dobrze wiadomo, założenie to jest nieprawdziwe, co łatwo zauważyć obserwując mgławice gazowe i pyłowe jasno świecące w niektórych okolicach nieba.
Analiza widmowa światła niektórych z takich mgławic napotkała niespodziewane trudności. Wielu linii nie udało się zinterpretować jako normalnej emisji (lub absorpcji) atomów. Trzeba było szukać innych niż atomy źródeł promieniowania monochromatycznego. I tu okazało się, że w zimniejszych mgławicach często świecą mniej lub bardziej skomplikowane cząsteczki, przeważnie organiczne. Tabelka obok podaje kilkadziesiąt najlepiej znanych związków odkrytych w przestrzeni międzygwiezdnej. Nie wszystkie one emitują (lub absorbują) promieniowanie w okolicach zakresu widzialnego. Często odkrywamy je dzięki obserwacjom radiowym, najczęściej mikrofalowym. Związane jest to z faktem, że emisja fotonu przez cząsteczkę może być nie tylko związana z przejściem elektronu na niższą orbitę; możliwe są trzy inne mechanizmy:

a) zmiana kształtu chmury elektronów cząsteczki,
b) zmiana częstości drgań atomów cząsteczki,
c) zmiana prędkości rotacji cząsteczki.

Wszystkie te procesy powodują wysłanie fotonu o konkretnej, ale trudnej do obliczenia energii. Przyjrzenie się tabelce prowadzi do stwierdzenia, że nie jest prawdą, iż obserwujemy wszystkie najprostsze związki. Mimo wielu prób nie udało się dotychczas odkryć np. tlenku azotu — cząsteczki jedynie dwuatomowej. Nie stwierdzono także obecności ani jednego związku pierścieniowego. Jednak wiele niezidentyfikowanych linii widmowych pozwala sądzić, że mała gałąź astronomii — kosmochemia — rozwinie się w potężny konar wiedzy.

mgr Tomasz CHLEBOWSKI

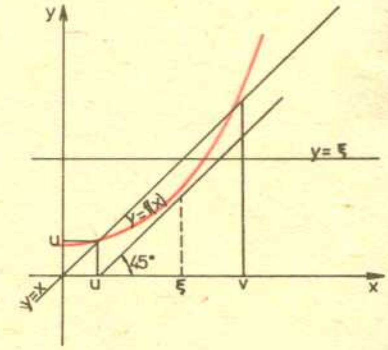
Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji ,,Delty''

Redaguje dr Marcin E. KUCZMA

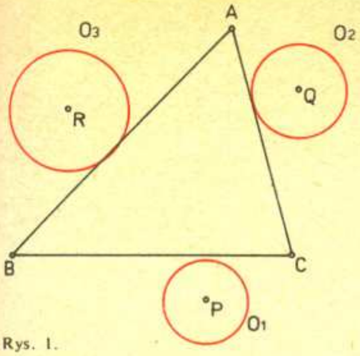
Rozwiązania zadań z numeru 1/82

13. Badany ciąg wyraża się wzorem rekurencyjnym $x_{n+1} = f(x_n)$, gdzie $x_1 = a$, $f(x) = a^x$. Jeżeli istnieje granica $\lim x_n$, to musi ona być punktem stałym funkcji f, tzn. musi spełniać równanie $f(x) = x$. Na odwrót, jeśli punkty stałe istnieją — oznaczmy je przez u, v (patrz rysunek; punktów stałych nie może być więcej niż dwa; przyjmujemy, że $u \leqslant v$) — to dla x z przedziału $0 \leqslant x < u$ mamy $x < f(x) < u$, zatem ciąg $\{x_n\}$ jest rosnący i ograniczony, więc zbieżny. Niech teraz ξ oznacza rozwiązanie równania $f'(x) = 1$ (istnieje ono dla każdej wartości a i jest jedyne, równe $\xi = -\ln\ln a/\ln a$; przy tym $f(\xi) = 1/\ln a$). Pozostaje zauważyć, że funkcja f ma punkty stałe wtedy i tylko wtedy, gdy $f(\xi) \leqslant \xi$ (rysunek), czyli gdy $1 \leqslant -\ln\ln a$, lub równoważnie, gdy $a \leqslant e^{1/e}$. Jest to warunek konieczny, i dostateczny zbieżności ciągu $\{x_n\}$.

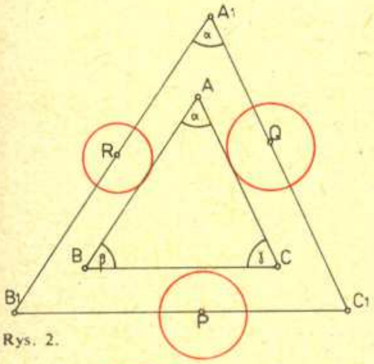


14. We wzorze Herona, wyrażającym pole S trójkąta przez długości jego boków a_1, a_2, a_3 podstawiamy $a_i = 2S/h_i$ (gdzie h_i jest długością wysokości opuszczonej na bok a_i). Po prostych przekształceniach dostajemy $S = h_1^2 h_2^2 h_3^2((h_1h_2+h_2h_3+h_3h_1)(-h_1h_2+ +h_2h_3+h_3h_1)(h_1h_2-h_2h_3+h_3h_1)(h_1h_2+h_2h_3-h_3h_1))^{-1/2}$.

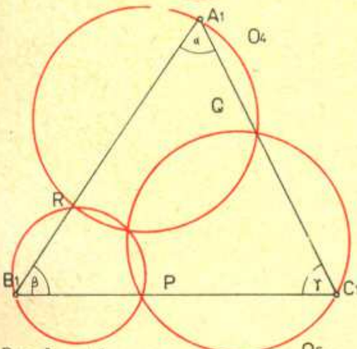
Rozwiązanie zadania z kącika „zadań, których nie umiemy rozwiązać"



Rys. 1.



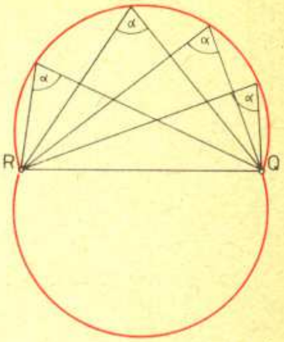
Rys. 2.



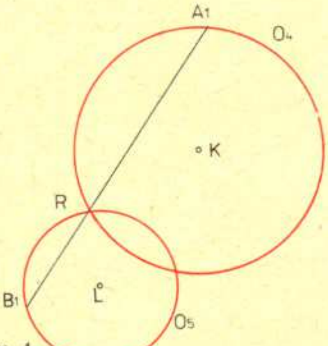
Rys. 3

Spośród dwóch zadań zamieszczonych w naszym kąciku umiemy rozwiązać pierwsze. Drugiego nie umiemy i nie wiemy, czy konstrukcja jest w ogóle wykonalna. Przypuśćmy więc, że skonstruowaliśmy poszukiwany trójkąt $\triangle ABC$ o bokach stycznych do danych okręgów o_1, o_2, o_3 (rys. 1). Poprowadźmy przez środki tych okręgów proste równoległe do odpowiednich boków trókjąta. Otrzymamy w ten sposób trójkąt $\triangle A_1B_1C_1$, też o znanych długościach boków (rys. 2). Znamy oczywiście i kąty tego trójkąta. Wobec tego punkt A_1 leży na łuku Talesa $\breve{o}_4$ dla punktów R i Q oraz kąta α. Analogicznie położone są punkty B_1 i C_1 (rys. 3). Rozwiązanie naszego zadania sprowadza się w takim razie do rozwiązania zadania następującego: przez punkt R przecięcia dwóch okręgów o_4 i o_5 poprowadzić taką prostą, by suma cięciw wyznaczonych przez nią na tych okręgach miała daną długość. W tym przypadku będzie to długość odcinka $\overline{A_1B_1}$ (rys. 4). Niech punkty S i T będą środkami odpowiednio odcinków A_1R i B_1R, natomiast punkt M niech uzupełnia trójkąt LTS do prostokąta $LTSM$ (rys. 5). W trójkącie prostokątnym $\triangle LMK$ daną mamy długość przeciwprostokątnej $\overline{LK}$ i długość przyprostokątnej $\overline{LM}$. Możemy go więc skonstruować. Całą resztę również.

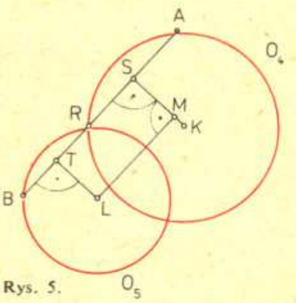
Jeśli dane są dwa punkty R i Q oraz kąt α, to zbiorem punktów, z których odcinek $\overline{RQ}$ „widać" pod kątem α, jest suma dwóch łuków okręgów. Łuki te są położone symetrycznie względem prostej RQ (rys. 6). Nazywane są one łukami Talesa wyznaczonymi przez punkty R i Q oraz kąt α.



Rys. 6.



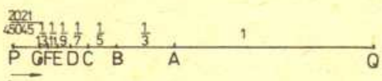
Rys. 4.



Rys. 5. O_5

W „Regulaminie ligi" Delta 9/1981 zapowiadaliśmy przerwę wakacyjną na numery 6 i 7. W związku z przesunięciem cyklu produkcyjnego w stosunku do kalendarza przenosimy przerwę na numery 5 i 6. Zadania 25, 26, 27 ukażą się w numerze 7. Za zmianę przepraszamy.

15. Przypomnijmy treść. W baku samochodu mieści się 1 baryłka paliwa, co wystarcza na przebycie połowy pustyni. Więcej paliwa zabierać nie można. Jaka jest najmniejsza ilość paliwa potrzebna do przebycia całej pustyni? Zakładamy, że można po drodze odlewać (a potem w stosownej chwili zabierać) dowolną ilość z baku.
Zauważmy, że aby przy powyższych danych przebyć pustynię, musimy w jej połowie dysponować 1 baryłką. Dostarczyć ją tam można odlewając część paliwa z każdego kursu. Załóżmy, że w pewnym punkcie $B \prec A$ zmagazynowaliśmy już trochę paliwa. Dostarczamy je do A kursując kilkakrotnie między A i B. Najlepiej startować z B z pełnym bakiem, można więc założyć, że kursujemy tylko na trasie AB. Będziemy mierzyć odległości w baryłkach, potrzebnych do przejechania danego dystansu. Niech $AB = x$. Kursując n razy z B do A zostawiamy za każdym razem $1-2x$ paliwa w A, zużywając pozostałe x na powrót.



Ostatni kurs robimy tylko w jedną stronę: wtedy w A musi już być zmagazynowana 1 baryłka. Stąd równanie $n(1-2x)+(1-x) = 1$, zatem $x = n/(2n+1)$. Wybierzmy punkt B tak, by startując z niego można było przejechać pustynię mając 2 baryłki, tzn. by na drodze AB spalić jedną, a jedną dostarczyć do A. Prowadzi to do równania $(2n+1)x = 1$; zestawiając je z poprzednim mamy $n = 1$, $x = 1/3$. Taki punkt B jest punktem położonym najbliżej początku pustyni P, z którego można przebyć pustynię z dwiema baryłkami. Szukamy następnego punktu przeładunkowego C tak, by kursując m razy na drodze BC (+ ostatni kurs bez powrotu) zostawić w B 2 baryłki, a by na drodze BC zużyć tylko 1. Podobny jak powyżej rachunek daje $m = 2$, $BC = 1/5$. Taki punkt C jest najbliższym od P punktem, skąd można startować przez pustynię z 3 baryłkami.

Postępując tak dalej, otrzymamy taką oto marszrutę (p. rysunek):
Startujemy 7 razy z pełną baryłką z P i zostawiamy w G $1-2\cdot 2021/45045 = 41003/45045$ baryłki, ósmy kurs odbywamy tylko w jedną stronę. Znajdujemy się więc w G mając $7\cdot 41003/45045 + 14\cdot 2021/45045 = 7$ baryłek paliwa. Wyruszamy teraz 7 razy z G, zostawiając za każdym razem w F po 11/13 baryłki, ostatni (siódmy) kurs robimy bez powrotu. W ten sposób przybywamy do F i mamy 6 baryłek. Dalej odbywamy 5 kursów powrotnych i jeden „tam" na trasie FE i tak dalej. W końcu znajdziemy się w B z dwiema, a następnie w A z jedną baryłką. Łącznie odcinek PG przejedziemy 15 razy, GF — 13 razy, FE — 11 razy, ..., CB — 5, BA — 3 i AQ — jeden raz. Zużyjemy więc

$$1+3\cdot\frac{1}{3}+5\cdot\frac{1}{5}+7\cdot\frac{1}{7}+9\cdot\frac{1}{9}+11\cdot\frac{1}{11}+13\cdot\frac{1}{13}+15\cdot\frac{2021}{45045} = 7\,\frac{2021}{45045}$$

baryłek paliwa.