

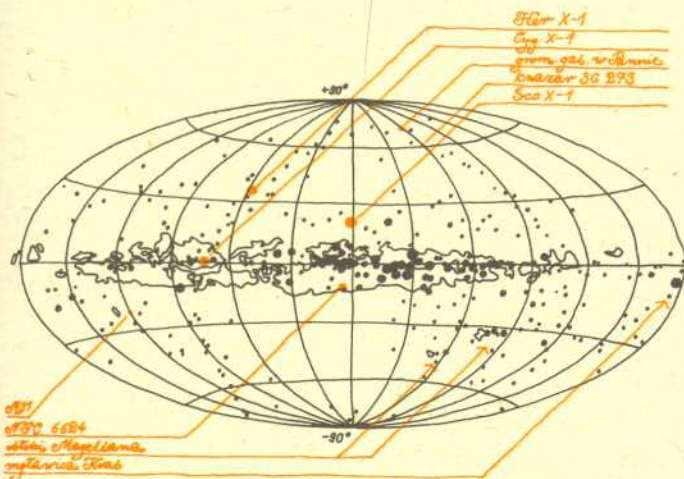
Rys. 1. Obraz Słońca w promieniach Roentgena



## Patrz w niebo

Kiedy miesiąc temu pisałem marcowe „Patrz w niebo”, przyszło mi na myśl, aby krótko opisać jak wyglądałoby niebo, gdyby nasze oczy były czułe na inne długości fal, np. w dziedzinie fal rentgenowskich (np 1—10 Å). Zagadnienie jest oczywiście typowo akademickie, nie tylko ze względu na trudności w wyobrażeniu sobie budowy takiego oka, ale chociażby na sam fakt, że np. od najbliższej gwiazdy — *Proxima Centauri* (wcale nie takiego słabego źródła promieni X) — padają na 1 cm<sup>2</sup> zaledwie 3 rentgenowskie fotony na dobę. Załóżmy jednak, że mamy duuuże oczy, dostatecznie czułe, aby rejestrować obiekty ok. 400 razy słabsze niż najjaśniejsze poza Układem Słonecznym źródła, podobnie jak w przypadku naszej prawdziwej czułości w zakresie optycznym. Wybierzmy się teraz na orbitę okołozemską (bo z Ziemi nic byśmy nie zobaczyli) i rozpocznijmy obserwacje. Oczywiście najjaśniejszym obiektem jest oślepiające Słońce, ale — o dziwo — nie jest ono ani jednorodnie jasne, ani „ograniczone” swą tarczą — liczne wąsy wystają daleko w przestrzeń. Jasny jest również Księżyc odbijający słoneczne promienie X, ale niewiele mu ustępują najjaśniejsze źródła poza Układem Słonecznym. Zaskakujący jest fakt niewielkiej liczby widocznych źródeł. Jest to poniekąd spowodowane założoną granicą czułości naszych oczu oraz faktem, że najjaśniejszy obiekt poza Układem Słonecznym, *Sco X-1*, jest kilka razy jaśniejszy niż wszystkie inne źródła razem wzięte. Zwyczajnych, pojedynczych gwiazd w ogóle nie widać, jednak płaszczyzna Galaktyki wraz z jej centrum są wyraźnie zaznaczone. Prawie wszystkie źródła są, podobnie jak w zakresie widzialnym, praktycznie punktowe, jednak po zanalizowaniu przyczyn ich jasnego świecenia w promieniach X stwierdzilibyśmy, że duża ich część to układy podwójne gwiazd zawierające gwiazdę neutronową (np. *Sco X-1*, *Her X-1*) lub czarną dziurę (*Cyg X-1*); jasno świecą źródła zanurzone w centrach gromad kulistych i w samym centrum Galaktyki. Dużo jest źródeł pozagalaktycznych, przy czym większość to gromady galaktyk, zupełnie niewidoczne gołym okiem w zakresie widzialnym. Po przyłożeniu rentgenowskiego teleskopu do rentgenowskiego oka ujrzymy nowy świat milionów słabszych źródeł (w szczególności pojedynczych gwiazd późnych typów widmowych), ale to już temat na kiedy indziej ...

mgr Tomasz CHLEBOWSKI



Rys. 2. Mapa (we współrzędnych galaktycznych) najjaśniejszych źródeł rentgenowskich. Wielkość kropek oznaczających źródła jest proporcjonalna do ich jasności. Żadne — oprócz Obłoków Magellana — nie jest widoczne ludzkim gołym okiem.

## Rozwiązania zadań z numeru 12/81

10. Nietrudno stwierdzić, że powstały ciąg liczb  $\{x_n\}$  spełnia zależność rekurencyjną

$$x_{n+1} = f(x_n), \quad \text{gdzie } f(x) = \frac{x+c}{x+1}, \quad x_0 = \frac{a}{b} > 0.$$

Jeśli więc granica  $\lim x_n$  istnieje, to jest ona dodatnim pierwiastkiem równania  $x = f(x)$ , czyli jest równa  $\sqrt{c}$ . Gdy  $c < 1$ , wykres funkcji  $f$  jest zawarty pomiędzy prostymi  $y = x$  i  $y = \sqrt{c}$ , skąd łatwo wynika monotoniczność i ograniczoność ciągu  $\{x_n\}$ , więc i jego zbieżność. Gdy  $c > 1$ , w podobny sposób dowodzimy zbieżności ciągów  $\{x_{2k}\}$  i  $\{x_{2k+1}\}$ ; analizując wykres funkcji  $g(x) = f(f(x))$ ; granica każdego z nich musi spełniać równanie  $x = g(x)$ , a jedynym dodatnim pierwiastkiem tego równania jest liczba  $\sqrt{c}$ .

Tak więc przedstawiony program oblicza przybliżenia pierwiastka kwadratowego z danej liczby  $c$ . Biorąc za punkt wyjścia inne formuły rekurencyjne można tworzyć np. programy obliczające pierwiastki wyższych stopni.

11. Niech  $p_1, p_2, p_3, \dots$  będzie ciągiem wszystkich liczb pierwszych. Przyjmijmy, że istnieje wskaźnik  $n$  taki, że dla liczb pierwszych  $p > p_n$  równanie  $W(x) = py$  nie ma rozwiązań całkowitych  $x, y$ . Oznaczmy przez  $c$  wyraz wolny wielomianu  $W$ , tzn. napiszmy  $W(x) = c + xV(x)$ . Można założyć,

że  $c \neq 0$  (gdy  $W(0) = 0$ , teza jest oczywista).

Niech  $x_0 = cp_1 p_2 \dots p_n$ . Z założenia  $V \neq 0$ , więc istnieje  $k$  naturalne takie, że  $V(kx_0) \neq 0$ . Wówczas

$$W(kx_0) = cq, \quad \text{gdzie } q = 1 + kp_1 p_2 \dots p_n V(kx_0) \neq 1.$$

Liczba  $q$  musi mieć dzielnik pierwszy  $p > p_n$ . Para liczb  $x = kx_0, y = cq/p$  jest rozwiązaniem równania  $W(x) = py$ , wbrew naszemu przypuszczeniu.

12. Oznaczmy symbolem  $abc$  trójkąt, którego kwadraty boków są równe  $a, b, c$ . Jeśli dany sześciąt ma krawędź długości 2, to liczby  $a, b, c$  mogą przyjmować wartości 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 12. Istnieje osiem różnych trójkątów leżących w płaszczyźnie jednej ściany. Oto one:

$$(*) \quad 112 \quad 125 \quad 145 \quad 158 \quad 224 \quad 255 \quad 448 \quad 455.$$

Niech  $abc$  będzie jednym z trójkątów (\*). Umieśćmy go w płaszczyźnie „parteru”, a następnie windujemy jego wierzchołki na „pierwsze i drugie piętro”. Otrzymamy dziewięć nowych trójkątów: trzy trójkąty

$$(**) \quad a+1, b+1, c \quad a+4, b+4, c \quad a+1, b+1, c+4$$

oraz sześć trójkątów powstałych z (\*\*) przez cykliczną zamianę ról  $a, b, c$ . Wypisując wszystkie osiemdziesiąt trójkątów otrzymanych tą metodą z trójkątów (\*) oraz wykreślając powtórzenia, dostajemy czterdzieści różnych trójkątów o wierzchołkach w punktach zbioru  $Z$ .