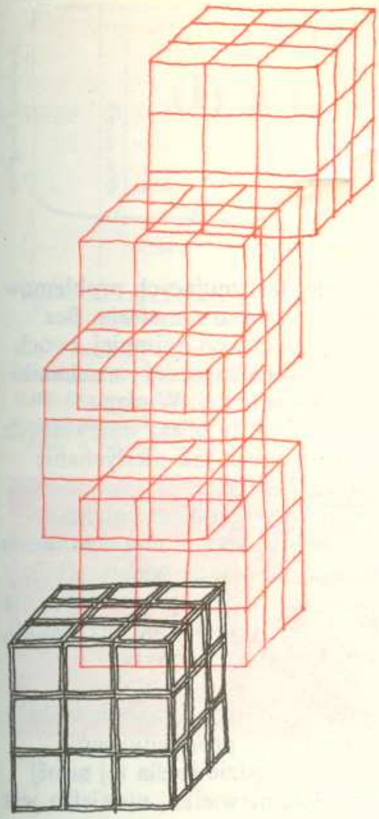


Zatem dla każdego $n = 1, 2, \ldots$ mielibyśmy

$$\sum_{i=0}^{n} \frac{1}{2(n_0+i)+1} \leqslant 1+\ln 2+|f(\Delta_0)|,$$

a to jest niemożliwe, czyli $\lim\limits_{(\Omega_0, \subset)} f(\Delta)$ nie istnieje!

Można wykazać i nie jest to trudne, że

$$\lim_{(\Omega_0, \subset)} f(\Delta) \text{ istnieje } \equiv \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| < +\infty.$$

Otrzymaliśmy w ten sposób bardzo ciekawą charakteryzację szeregów bezwzględnie zbieżnych.

Modyfikując nieco metodę zastosowaną powyżej Czytelnik z łatwością udowodni powyższe twierdzenie, tym bardziej że Autor na zakończenie podpowie mu następujący fakt:

Niech $\left(\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n\right)$ będzie szeregiem liczbowym. Oznaczmy

$$\Delta' = \{n \colon a_n \geqslant 0\}, \qquad \Delta'' = \{n \colon a_n < 0\}.$$

Wówczas $\left(\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n\right)$ jest zbieżny, ale nie bezwzględnie wtedy i tylko wtedy, gdy

$$\sum_{n\in\Delta'} a_n = +\infty, \qquad \sum_{n\in\Delta''} a_n = -\infty$$

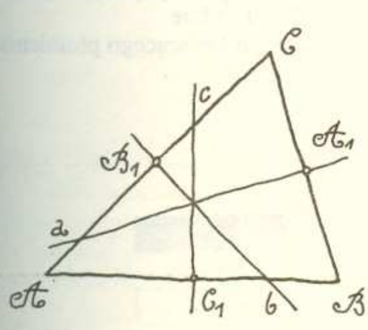
## Zadania, których nie umiemy rozwiązać (II)

Przypominamy, że w tym kąciku zamieszczamy zadania z geometrii, których nie umiemy rozwiązać, oraz nadesłane przez Czytelników rozwiązania. Zamieszczamy także nadsyłane przez Czytelników zadania z geometrii, których Czytelnicy nasi nie umieją rozwiązać, o ile i my nie umiemy sobie z nimi poradzić.

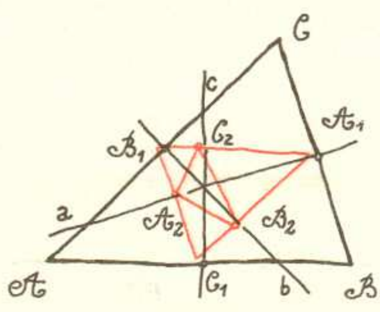
Proponowanego dzisiaj zadania nie tylko nie umiemy rozwiązać, ale nawet nie umiemy dokładnie sprecyzować.

Weźmy na początek dowolny, ostrokątny trójkąt $\Delta\, ABC$. Niech $a$, $b$, $c$ będą symetralnymi jego boków, a punkty $A_1$, $B_1$, $C_1$ środkami tych boków (rys. 1). Wtedy proste $a$, $b$, $c$ są wysokościami w trójkącie $\Delta\, A_1B_1C_1$. Jest to wystarczająco oczywiste, by nie przytaczać tu dowodu. Niech punkty $A_2$, $B_2$, $C_2$ będą spodkami wysokości w trójkącie $\Delta\, A_1B_1C_1$. Wtedy z kolei proste $a$, $b$, $c$ są dwusiecznymi kątów wewnętrznych w trójkącie $\Delta\, A_2B_2C_2$ (rys. 2). Nietrudny dowód tego faktu opiera się na tym, że na każdym z czworokątów $C_1A_2C_2A_1$ i $C_1B_2C_2B_1$ można opisać okrąg. W podobny sposób tworzymy trójkąty $\Delta\, A_nB_nC_n$ dla $n = 3, \ldots$ (rys. 3). I tu chcieliśmy postawić to niezbyt precyzyjne pytanie: czy można coś ciekawego powiedzieć o roli prostych $a$, $b$, $c$ w trójkątach $\Delta\, A_nB_nC_n$? Niekoniecznie zresztą wszystkich. Czekamy na propozycje.

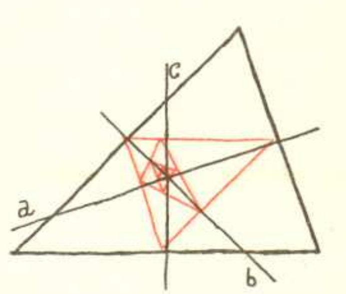
*PROOF*




Rys. 1




Rys. 2




Rys. 3