Geometria eliptyczna

Obie te geometrie mają jednak jedną, dość nieprzyjemną własność: proste mogą się przecinać w dwu różnych punktach. W geometrii sferycznej nawet muszą — bo dowolne dwie płaszczyzny wycinające na sferze okręgi wielkie przecinają się wzdłuż prostej (przechodzącej przez środek sfery) — a ta przecina sferę w dwu punktach. Ale jeśli dwa punkty nie leżą antypodycznie (prosta łącząca je nie przechodzi przez środek sfery), to przez takie dwa punkty na płaszczyźnie sferycznej przechodzi już dokładnie jedna prosta. Możemy więc utożsamić punkty antypodyczne — posklejać je w pary. Przy sklejaniu odpowiadające sobie punkty leżą na tych samych prostych, a więc po utożsamieniu antypod dowolne dwie proste będą się przecinać i to w dokładnie jednym punkcie. Taka posklejana sfera nie mieści się w przestrzeni trójwymiarowej — nie szkodzi — można ją sobie wyobrazić, można także mówić o prostych na niej — to odpowiednio pozlepiane okręgi wielkie. I w ten sposób uzyskaliśmy płaszczyznę eliptyczną — wystarczy zauważyć, że sklejanie nie popsuło nam miary kątów, a jeśli chcemy mierzyć odległości punktów p — q musimy zmierzyć na sferze odległość p od q i odległość p od antypody q — mniejsza z nich to dobra miara odległości w płaszczyźnie eliptycznej. Tyle, że jest to płaszczyzna nieorientowalna — nie można rozróżnić izometrii parzystych od nieparzystych. Albo inaczej — *każda symetria osiowa jest złożeniem dwu innych symetrii osiowych*, co łatwo zobaczyć na posklejanej sferze: symetria względem bieguna („środkowa") i symetria względem równika są tu tożsame.

Klub 44

Skrót regulaminu ligi zadaniowej

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w nr. $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez

$$4-3\cdot\frac{\text{suma ocen za rozwiązania danego zadania}}{\text{liczba osób, które nadesłały choć jedno rozwiązanie z numeru}}$$

i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów (w dowolnym czasie) zostaje on członkiem Klubu, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo — to tytuł Weterana.

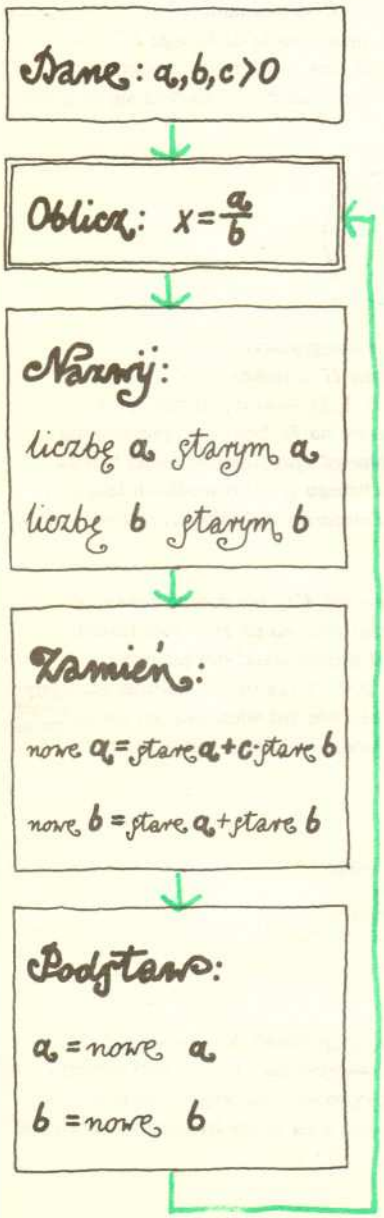
Ligę organizuje Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego, oraz nasza Redakcja.

Szczegółowy regulamin został wydrukowany w nr. 9/1981.

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji „Delty"

Redaguje dr Marcin E. KUCZMA

Zadania Nr 10, 11, 12
Termin nadesłania rozwiązań: do 28.II.1982



10. W wyniku działania przedstawionego programu powstaje nieskończony ciąg liczb x (w rozkazie obwiedzionym podwójną ramką). Udowodnić, że ciąg ten jest zbieżny i obliczyć granicę. Poszukać uogólnień.

11. Załóżmy, że W jest wielomianem o współczynnikach całkowitych, różnym od stałej. Udowodnić, że istnieje nieskończenie wiele liczb pierwszych p, dla których równanie $W(x) = py$ ma rozwiązanie w liczbach całkowitych x, y.

12. Niech Z oznacza zbiór 27 punktów przestrzeni tworzących konfigurację następującą: wierzchołki sześcianu — środki jego krawędzi — środki jego ścian — środek całego sześcianu. Ile jest różnych (= nieprzystających) trójkątów o wierzchołkach w punktach zbioru Z?