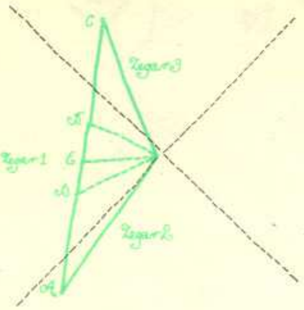


Ta symetria między obserwacjami w różnych inercjalnych układach odniesienia sugeruje paradoks, którego istotę wyjaśnia rysunek 3. Proste *AB*, *BC* i *AC* są liniami zegarów poruszających się bez przyspieszenia. Zegar 2 oddala się od zegara 1, a zegary 1 i 3 zbliżają się, by spotkać się w punkcie *C*. W punkcie *A* synchronizowane są zegary 1 i 2, a w punkcie *B* — zegary 2 i 3. W układzie spoczynkowym zegara 1 zegary 2 i 3 poruszają się. Powinno więc być

$$\tau_{AC} > \tau_{AB} + \tau_{BC},$$

gdzie przez τ oznaczyliśmy czasy własne zegarów. Paradoks polega na tym, że w układzie własnym zegarów 2 i 3 zegar 1 porusza się, co powinno dać

$$\tau_{AC} < \tau_{AB} + \tau_{BC}.$$

Żeby wyjaśnić ten paradoks musimy znaleźć na odcinku *AC* zdarzenia równoczesne z *B* dla obserwatorów 1 (punkt *E*), 2 (punkt *D*), 3 (punkt *D'*) i skorzystać z faktu, że w geometrii Minkowskiego odcinek łączący dwa zdarzenia *P* i *S* jest zawsze krótszy od różnicy współrzędnych czasowych w dowolnym inercjalnym układzie współrzędnych

$$\tau_{PS} \leqslant t_P - t_S.$$

Wtedy

$$\tau_{AC} = \tau_{AE} + \tau_{EC} = t_{1E} - t_{1A} + t_{1C} - t_{1E} = t_{1B} - t_{1A} + t_{1C} - t_{1B} > \tau_{AB} + \tau_{BC} > t_{2B} - t_{2A} + t_{3C} -$$
$$- t_{3B} = t_{2D} - t_{2A} + t_{3C} - t_{3D'} > \tau_{AD} + \tau_{D'C} = \tau_{AC} - \tau_{DD'}$$

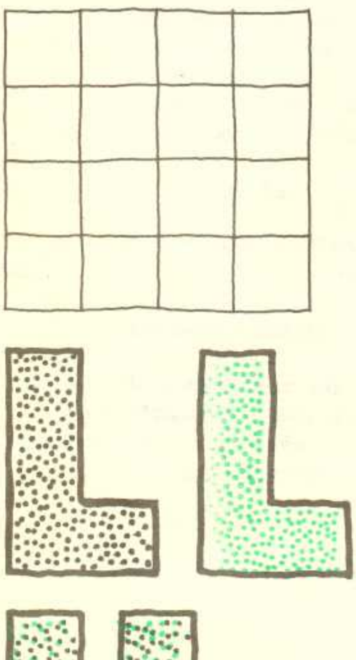
a więc $\tau_{DD'} > 0$ i nie ma już paradoksu. W punkcie *C* zegar 1 wskaże większy czas niż czas wskazywany przez zegar 2. W powyższym rozumowaniu pominięto fakt, że w punkcie zwrotnym zegar porusza się z przyspieszeniem, co może mieć wpływ na jego bieg. Aby ocenić wpływ przyspieszenia *a* na zegar trzeba porównać je z typowym przyspieszeniem „mechanizmu" zegarowego *b*. Niedokładność biegu zegara wywołana przyspieszeniem jest w przybliżeniu równa

$$\Delta t \simeq t \cdot \frac{a}{b} \simeq \frac{\Delta\vartheta}{b},$$

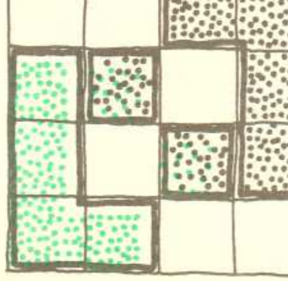
gdzie *t* jest czasem trwania przyspieszenia.
Dla typowego zegara atomowego z okresem drgań $4 \cdot 10^{-11}$s niedokładność ta jest rzędu zaledwie 10^{-14}s.
Różnica wskazań zegarów w punkcie *C* zmieni się istotnie jeśli będą się one poruszały w polu grawitacyjnym. Uwzględnienie wywołanego obecnością mas „zakrzywienia" geometrii Minkowskiego prowadzi czasami do wyniku przeciwnego niż otrzymany powyżej. Jeśli na przykład jeden z bliźniaków pozostanie na orbicie Ziemi, a drugi poleci w rakiecie balistycznej do Plutona, a następnie wróci dzięki przyciąganiu Słońca, to okaże się, że podróżnik stanie się starszy od swojego brata. Widać stąd, że dopiero dokładne określenie warunków, w jakich odbywa się podróż, pozwala przewidzieć wynik porównania wskazań zegarów po powrocie.

„ELKA"

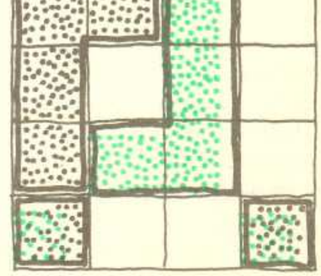
Na szachownicy 4×4 ułożone są dwie figury w kształcie litery L (3×2), oraz dwa kwadraty (1×1) zgodnie z tą szachownicą (a więc przykrywające całe pole). Jedna z „elek" należy do jednego z grających, a druga do drugiego; kwadraty są „neutralne". **Ruch** (który na przemian wykonują gracze) polega na ułożeniu swojej „elki" w **inny** sposób na niezajętych polach (można ją przy tym odwrócić „na lewą stronę"). Po wykonaniu ruchu gracz może jeszcze (przed ruchem przeciwnika) przenieść jeden lub dwa kwadraty na dowolne z niezajętych pól. Przegrywa ten, który nie może wykonać ruchu. Czy gra jest zdeterminowana (a więc czy istnieje strategia zwycięska dla któregoś z graczy, a może strategia remisowa)?



Szachownica i pionki



W takiej pozycji zaczynamy grę



Jeśli kolej na „czarnego", to przegrał