Magister Pirożyński opowiada...

Jestem, drodzy Czytelnicy, niezwykle podniecony. Znów z powodu liczby π, tej gwiazdy polarnej matematyki. Niedawno dotarły do mnie najnowsze wyniki studiów nad cyframi jej rozwinięcia na ułamek dziesiętny (Monte Zerger, *The Magic of* π, *Journ. Recr. Math.*, *vol.* 12(1)). Żeby rzecz ująć krótko (w nauce zwięzłość i precyzja jest równie ważna jak treść merytoryczna, bo cóż z tego, że ktoś pisze o ciekawych rzeczach, kiedy od czasu do czasu ględzi na tematy zupełnie nie związane z głównym wątkiem; to jakby na przykład fryzjer goląc klienta równocześnie rozmyślał o OTW; co prawda historia nauki zna jednego fryzjera, który nie potrafił sam się ogolić i z tej frustracji został filozofem, zresztą dość znanym, choć jak widać fryzjerem nie był nadzwyczajnym, nie takim, żeby ludzie pchali się do niego i gotowi byli dać mu 25 zł w kieszeń, żeby tylko golić się u niego) wprowadzę takie oznaczenia: $d(n)$ = n-ta cyfra rozwinięcia; $d(n, n+k)$ = ciąg $k+1$ cyfr, poczynając od n-tej a kończąc na $(n+k)$-tej.

A więc $d(1) = 3$, $d(2) = 1$, $d(3) = 4$, $d(4) = 1$, ..., $d(1, 501) =$ 3 14159 26535 89793 23846 26433
83279 50288 41971 69399 37510 58209 74944
59230 78164 06286 20899 86280 34825 34211
70679 82148 08651 32823 06647 09384 46095
50582 23172 53594 08188 48111 74502 84102
70193 85211 05559 64462 29489 54930 38196
44288 10975 66593 34461 28475 64823 37867
83165 27120 19091 45648 56692 34603 48610
45432 66482 13393 60726 02491 41273 72458
70066 06315 58817 48815 20920 96282 92540
91715 34436 78925 90360 01133 05305 48820
46652 13841 46951 94151 16094 33057 27036
57595 91953 09218 61173 81932 61179 31051
18548 07446 23799 62749 56735 18857 52724
89122 79381 83011 94912

1) Najprostsze, ale całkiem dokładne przybliżenia π to 22/7 i 355/113. Pierwszy z tych ułamków stanowi najlepsze przybliżenie π liczbami dwucyfrowymi, drugi — trzycyfrowymi. Zastanawiające, że dopiero „pięciocyfrowe" 52163/16604 = 3,141592 ... stanowi dokładniejsze przybliżenie. I co powiecie? Siódma, dwudziesta druga i trzysta pięćdziesiąta piąta cyfry rozwinięcia π są takie same i równe 2. 52163 cyfra też jest równa 2. Nie rozumiem, dlaczego 16604 cyfra nie jest 2, tylko 1.

2) Przybliżenie $\pi = 22/7$ znane jest już od czasów starożytnych i możemy się spodziewać pewnych przyjemnych osobliwości wokół 22 cyfry rozwinięcia. I oto rzeczywiście widzimy miłą symetrię:

$$d(20,\ 24) = 46264.$$

Nie koniec na tym, 462 i 264 dzielą się przez 22, 462 to $22 \cdot 21$, zaś 264 jest równe $22 \cdot 12$. Dalej, zauważamy, że $d(22, 23) = 26$ i że 26 jest pierwszą powtarzającą się dwucyfrową grupą cyfr rozwinięcia (po raz pierwszy widzimy ją w $d(7,8)$). Specjalna rola 26 uwidoczni się tym dobitniej, gdy spojrzymy na więcej cyfr wokół dwudziestej drugiej:

79 32 38 46 26 43 38 32 79

Skrajne „79" jest 22 liczbą pierwszą i jest równa sumie dzielników liczby dni w roku (Czytelniku, ile?). Jeżeli popatrzymy z kolei na to, co dzieje się wokół 79 cyfry rozwinięcia, to znów przetrzemy oczy ze zdumienia:

$$d(73, 85) = 628\ 620\ 8\ 998\ 628,$$

co nie tylko daje na skraju trzy pierwsze cyfry rozwinięcia $2\pi = 6{,}283185\ldots$, ale i suma $998+628$ daje 1618 — cztery pierwsze cyfry rozwinięcia „boskiej proporcji" $(\sqrt{5}-1)/2$. Doprawdy, matematyka jest dlatego taka piękna, że wszystko w niej wiąże się ściśle ze sobą!!!!

3) π służy do mierzenia koła. Pełne koło to 360°, intuicja podpowiada nam, by natychmiast zbadać otoczenie trzysta sześćdziesiątej cyfry. Proszę, mamy $d(359,\ 361) = 360$.

4) Wiadomo, że $\pi = 3{,}14$ i nie zasługiwałbym na miano naukowca, gdybym nie sprawdził $d(314)$. Znów podobnie jak przy 360 mamy: $d(314,\ 316) = 315$. Niesamowite, co?

5) Delta pomyliła się w numerze 7/1980 twierdząc, że znane jest tylko 500000 cyfr liczby π. Już w 1974 roku Jean Guillod i Martine Bouyer z Commisariat a'l'Energie Atomique we Francji opublikowali ich aż milion. Obliczenia zajęły maszynie 7600 Control Data 23 godziny 18 minut. Milionową cyfrą po przecinku jest 1, a cyfry od 710100 do 710106 są trójkami. Jest to najdłuższy powtarzający się ciąg tych samych cyfr wśród tego miliona. Znacznie wcześniej ukazuje się sześć dziewiątek (od 762 do 767 cyfry po przecinku).

6) Choć w ciągu 3, 31, 314, 3145, 31459, 3141592, ... jest prawdopodobnie nieskończenie wiele liczb pierwszych, na razie znamy tylko 4: 3, 31, 314159 i 31415926535897932384626433832795028841.

7) Pierwsze 9 cyfr π to 314159265 i mamy

$159^2+212^2 = 265^2$ (Pitagoras się kłania!).

Dzieląc wzmiankowaną w Biblii liczbę 666 (Objaw. św. Jana, 13.18) przez środkowe 212 otrzymujemy 3,1415 — niezłe przybliżenie π. Suma dzielników 265 wynosi 59, te dwie cyfry bezpośrednio poprzedzają 265, a 159 — to trzy pierwsze cyfry $1/2\pi$.

8) Mam nadzieję, że rok 1984 albo całe czterolecie 1984—7 zostanie przez ONZ ogłoszony rokiem liczby π. Mamy bowiem

$$d(1984,\ 1987) = 5813,$$

w czym natychmiast rozpoznajemy trzy kolejne liczby Fibonacciego. Ale to jeszcze nic takiego. Obwód koła o średnicy 58,13 wynosi 365,24156 — co jest prawie równe długości roku zwrotnikowego (365,2422). A co powiecie na to, że wysokość piramidy Cheopsa wynosi 5813 cali?! Co Egipcjanie chcieli przez to wyrazić? Tak, tak. Nauka jest jak ogromne morze. Im bardziej pijesz, tym bardziej jesteś spragniony (Stefan Żeromski). Życzę Wam, drodzy Czytelnicy Delty, żeby i Wam chciało się tak pić jak mnie.

Wasz

mgr π-ϱ-żyński

Rozwiązanie zadania M 278. Rozpatrzmy dowolny skończony zbiór odcinków $\{\overline{A_1B_1}, \ldots, \overline{A_nB_n}\}$ i ustalmy prostą p nierównoległą do żadnego z tych odcinków. Zauważmy teraz, że istnieje prosta $q \| p$ i taka, że suma $\overline{A_1B_1} \cup \ldots \cup \overline{A_nB_n} = Z$ leży w jednej z półpłaszczyzn domkniętych wyznaczonych przez q i $Z \cap q \neq \emptyset$. Łatwo sprawdzić, że punkt $P \in Z \cap q$ jest końcem jednego z odcinków $\overline{A_iB_i}$, który nie należy do wnętrza żadnego z odcinków $\overline{A_kB_k}$. Tak więc zbiór o podanych w zadaniu własnościach nie istnieje.