

## Skrót regulaminu ligi zadaniowej

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru  $n$  w terminie do końca miesiąca  $n+2$ . Szkice rozwiązań zamieszczamy w nr.  $n+4$ . Można nadsyłać rozwiązania trzech, dwóch lub jednego zadania, (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez

$$4-3 \cdot \frac{\text{suma ocen za rozwiązania danego zadania}}{\text{liczba osób, które nadesłały choć jedno rozwiązanie z numeru}}$$

i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów (w dowolnym czasie) zostaje on członkiem Klubu, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo — to tytuł Weterana.

Ligę organizuje Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego, oraz nasza Redakcja.

Szczegółowy regulamin został wydrukowany w nr. 9/1981.

## Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji „Delfy“

Redaguje dr Marcin E. KUCZMA

Zadania 4, 5, 6

Termin nadsyłania rozwiązań: do 31 XII 1982

4. Niech  $W$  będzie wielomianem takim, że  $W(x) \geq 0$  dla wszystkich rzeczywistych wartości  $x$ . Udowodnić, że  $W$  jest sumą kwadratów dwóch wielomianów o współczynnikach rzeczywistych:

$$W(x) = P(x)^2 + Q(x)^2.$$

5. Rozważmy ciąg trójkątów prostokątnych o bokach  $a_n, b_n, c_n, n = 1, 2, \dots$  ( $c_n$  jest przeciwprostokątną). Zakładamy, że  $a_{n+1} = b_n, b_{n+1} = c_n$ . Wykazać istnienie granicy  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$

i obliczyć jej wartość. Ustalić zależność od początkowych wartości  $a_1$  i  $b_1$ .

6. Na szachownicy o wymiarach  $n \times n$  stawiamy dwa hetmany. Jakie jest prawdopodobieństwo, że nie atakują się one wzajemnie?



## Zadania

Redaguje mgr Krzysztof S. NOWIŃSKI

M 274. Wykazać, że równanie  $x^2 + x + 1 = py$  ma rozwiązanie całkowitoliczbowe  $(x, y)$  dla nieskończenie wielu liczb pierwszych  $p$ .

Rozwiązanie na str. 7

M 275. Wykazać, że wszystkie osie symetrii wielościanu mają punkt wspólny.

Rozwiązanie na str. 11

M 276. Punkty  $A$  i  $B$  poruszają się ruchem jednostajnym z jednakową prędkością po prostych  $p$  i  $q$  startując z punktów  $A_0$  i  $B_0$ . Znaleźć takie ich położenie  $A_t, B_t$ , w którym ich odległość jest najmniejsza.

Rozwiązanie na str. 7

Redaguje mgr Tomasz TRATKIEWICZ

F 101. Gdy w trakcie szosowych wyścigów kolarskich wieją boczne wiatry, kolarze chętnie jeżdżą „wachlarzykiem”. Dlaczego? Na podstawie rysunku określić minimalną prędkość wiatru, jeśli wiadomo, że kolarze jadą na zachód z prędkością 46 km/h.

Rozwiązanie na str. 11

F 102. Celem ochrony przed atakami od tyłu, zaproponowano wyposażenie samolotów w w odpowiednio usytuowane wyrzutnie raketowe. Podczas prób zaobserwowano, że rakiety wkrótce po starcie odwracały się w kierunku macierzystego samolotu i doganiały go. Wyjaśnić ten fakt i podać ewentualne środki zaradcze.

Rozwiązanie na str. 11

