## Test wcale nie dla uczniów

**7.** Podobną sztukę jak w **6.** można zastosować do rozwiązywania równań. Jeżeli $x$ spełnia równanie

$$x^2-5x+6 = 0,$$

to $x = \sqrt{5x-6}$. Podstawiając za $x$ po prawej stronie znów $\sqrt{5x-6}$ mamy

$$x = \sqrt{5\sqrt{5x-6}-6}$$

i tak dalej

$$x = \sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5x-6}-6}-6}-6}-6}\,.$$

Aby otrzymać rozwiązanie naszego równania, możemy wystartować z dowolnego $x$ i obliczać kolejno $\sqrt{5x-6}$, $\sqrt{5\sqrt{5x-6}-6}$, ... — w granicy dostaniemy ... Sprawdźmy ,,empirycznie", co. Zacznijmy od $x = 4$. Za pomocą kalkulatora lub tablic pierwiastków otrzymujemy ciąg 4, 3,7417, 3,5648, 3,4382, 3,3456, dwudziesty piąty wyraz tego ciągu wynosi 3,0059. Nie mamy wątpliwości, że granicą jest 3 — pierwiastek naszego równania. Jeżeli zaczniemy od $x = 2{,}5$ też dojdziemy w granicy do 3. Nawet 2,1 daje kolejno: $\sqrt{5\cdot 2{,}1-6} = 2{,}1213$, $\sqrt{5\cdot 2{,}1213-6} = 2{,}1462$ następnym wyrazem jest 2,1752 a dwudziesty piąty wyraz = 2,94. Zbieżność do 3 jest oczywista. Możemy zacząć nawet od tak dużej liczby jak 589. Po dwudziestym piątym kroku otrzymamy 3,0209. Zaczynajmy od liczb mniejszych niż 2, np. 1,9. Ciąg wychodzi taki: $\sqrt{5\cdot 1{,}9-6} = 1{,}8708$ i dalej 1,8314, 1,7768, 1,6983, 1,5784, 1,3756, 0,9369 i następna liczba podpierwiastkowa $5\cdot 0{,}9369-6$ jest ujemna.

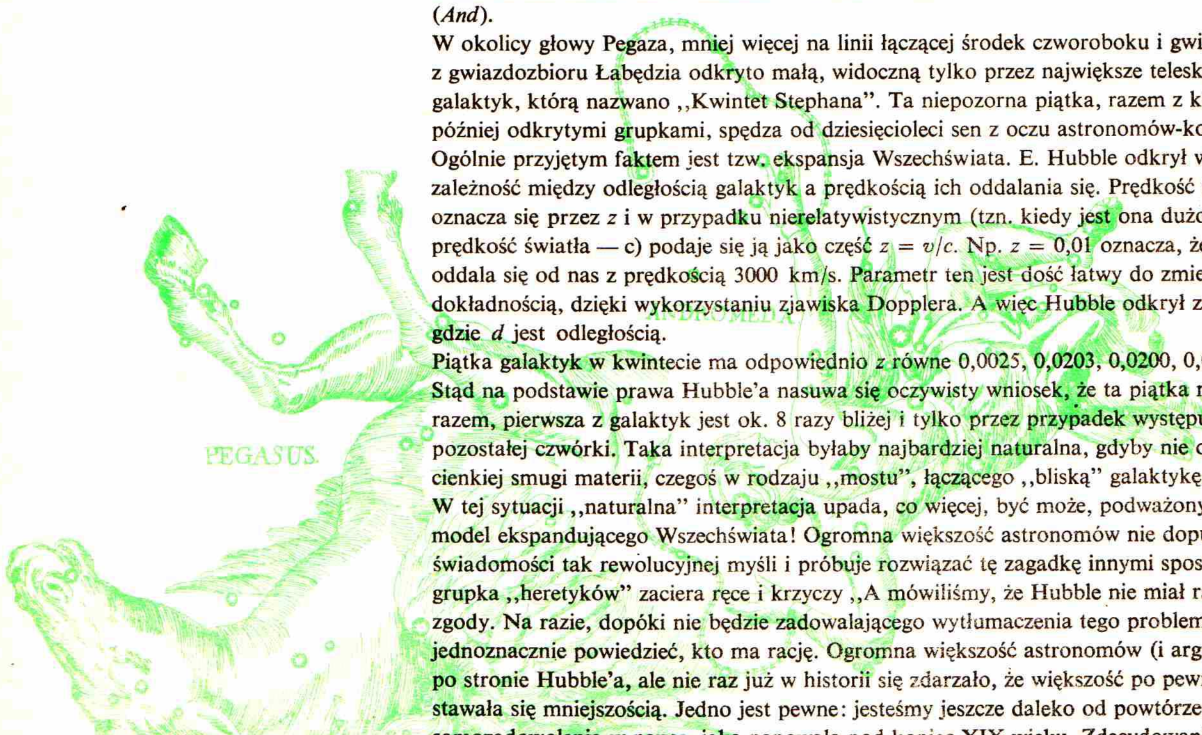
Kiedy dojdziemy do drugiego z pierwiastków równania, $-2$? Odpowiedź jest widoczna: tylko wtedy gdy początkową wartością będzie 2. Może ta metoda jest zupełnie zła tak jak z tą $\Sigma$ z poprzedniego punktu? No, nie, przecież *jeden* z pierwiastków w końcu dostaliśmy. Ale dlaczego *ten*, a nie akurat drugi? Czym 2 jest gorsze niż 3 dla równania $x^2-5x+6$? Dla wyższych potęg zbieżność ciągu przybliżeń do rozwiązania jest szybsza. Jeśli macie pod ręką kalkulator, to przekonajcie się o tym szukając pierwiastka równania $x^5-4x-2 = 0$. Zacznijcie od pierwszego przybliżenia $x = 1{,}5$.

## Patrz w niebo

Wrzesień jest w Polsce jednym z najwdzięczniejszych miesięcy do prowadzenia obserwacji astronomicznych. Noce nareszcie są dłuższe, jest jeszcze dość ciepło i pogoda przeważnie dopisuje. Wieczorem najprędzej rzuca się w oczy charakterystyczny ,,krzywy" prostokąt, którego 3 wierzchołki należą do gwiazdozbioru Pegaza (*Peg*), a jeden, północno-wschodni do Andromedy (*And*).

W okolicy głowy Pegaza, mniej więcej na linii łączącej środek czworoboku i gwiazdę Deneb z gwiazdozbioru Łabędzia odkryto małą, widoczną tylko przez największe teleskopy, grupę galaktyk, którą nazwano ,,Kwintet Stephana". Ta niepozorna piątka, razem z kilkoma innymi, później odkrytymi grupkami, spędza od dziesięcioleci sen z oczu astronomów-kosmologów. Ogólnie przyjętym faktem jest tzw. ekspansja Wszechświata. E. Hubble odkrył w 1922 roku zależność między odległością galaktyk a prędkością ich oddalania się. Prędkość tę najczęściej oznacza się przez $z$ i w przypadku nierelatywistycznym (tzn. kiedy jest ona dużo mniejsza niż prędkość światła — c) podaje się ją jako część $z = v/c$. Np. $z = 0{,}01$ oznacza, że galaktyka oddala się od nas z prędkością 3000 km/s. Parametr ten jest dość łatwy do zmierzenia z dużą dokładnością, dzięki wykorzystaniu zjawiska Dopplera. A więc Hubble odkrył zależność $z \sim d$, gdzie $d$ jest odległością.

Piątka galaktyk w kwintecie ma odpowiednio $z$ równe 0,0025, 0,0203, 0,0200, 0,0167 i 0,0201. Stąd na podstawie prawa Hubble'a nasuwa się oczywisty wniosek, że ta piątka nie trzyma się razem, pierwsza z galaktyk jest ok. 8 razy bliżej i tylko przez przypadek występuje na tle pozostałej czwórki. Taka interpretacja byłaby najbardziej naturalna, gdyby nie odkryto ... cienkiej smugi materii, czegoś w rodzaju ,,mostu", łączącego ,,bliską" galaktykę z ,,dalszymi". W tej sytuacji ,,naturalna" interpretacja upada, co więcej, być może, podważony zostaje cały model ekspandującego Wszechświata! Ogromna większość astronomów nie dopuszcza do świadomości tak rewolucyjnej myśli i próbuje rozwiązać tę zagadkę innymi sposobami. Mała grupka ,,heretyków" zaciera ręce i krzyczy ,,A mówiliśmy, że Hubble nie miał racji!". Nie ma zgody. Na razie, dopóki nie będzie zadowalającego wytłumaczenia tego problemu, nie można jednoznacznie powiedzieć, kto ma rację. Ogromna większość astronomów (i argumentów) jest po stronie Hubble'a, ale nie raz już w historii się zdarzało, że większość po pewnym czasie stawała się mniejszością. Jedno jest pewne: jesteśmy jeszcze daleko od powtórzenia się atmosfery samozadowolenia w nauce, jaka panowała pod koniec XIX wieku. Zdecydowanie bardzo mało wiemy.




*mgr Tomasz CHLEBOWSKI*