

8. Jeżeli  $x < 100$ , to również  $x \leq 100$ . To oczywiście tak samo jak i to, że implikacja odwrotna

$$x \leq a \Rightarrow x < a$$

nie jest prawdziwa. Spójrzmy więc na definicję granicy ciągu

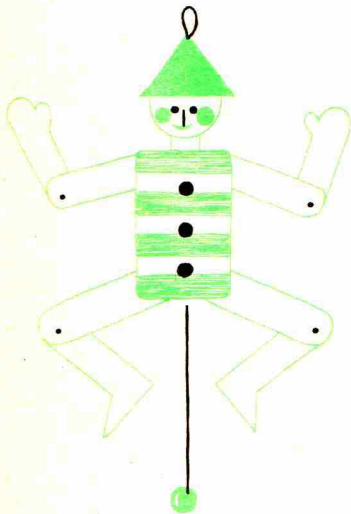
$$\lim a_n = g \Leftrightarrow \bigwedge_{\varepsilon > 0} \bigvee_{N \in \mathbb{N}} \bigwedge_{n > N} |a_n - g| < \varepsilon,$$

a następnie zastąpmy warunek po prawej stronie przez łatwiejszy do spełnienia

$$\bigwedge_{\varepsilon > 0} \bigvee_{N \in \mathbb{N}} \bigwedge_{n > N} |a_n - g| \leq \varepsilon.$$

Jeśli  $|a_n - g| < \varepsilon$ , to także  $|a_n - g| \leq \varepsilon$ , ale nie na odwrót. Powinny więc istnieć ciągi  $a_n$  spełniające dla pewnej liczby  $g$  warunek drugi (ten z nieostrą nierównością), a nie spełniające pierwszego. Czy potrafisz taki ciąg wymyślić?

## Modele



Projekty nowych konstrukcji samolotów czy statków są przed realizacją badane na zmniejszonych modelach — to łatwiejsze niż rozwiązywanie równań. Nie wystarczy jednak podobieństwo geometryczne, by na podstawie przepływu powietrza czy wody wokół modelu określić przepływ wokół konstrukcji naturalnej wielkości.

Warunki jakie muszą być spełnione można odgadnąć analizując wymiary wielkości fizycznych występujących w tym problemie. Wielkość obiektu może być określona przez podanie dowolnego rozmiaru  $D$ , na przykład rozpiętości skrzydeł. Podobnie prędkości można mierzyć w jednostkach równych prędkości powietrza w tunelu aerodynamicznym  $V$ . Do opisu ośrodka, jeśli jest nieściśliwy, potrzebne są dwie wielkości: gęstość  $\rho$  i lepkość  $\eta$ .

Kiedy w równaniach różniczkowych opisujących przepływ wyrazimy prędkości, współrzędne i czas w jednostkach odpowiednio  $D$ ,  $V$  i  $D/V$ , to parametry tych równań będą bezwymiarowe. Tak więc kształty linii prądu są takie same, jeśli tylko wielkości bezwymiarowe, które da się utworzyć z  $D$ ,  $V$ ,  $\rho$ ,  $\eta$ , mają dla modelu i konstrukcji te same wartości. Łatwo pokazać, że istnieje tylko jedna taka wielkość

$$Re = D \cdot V^a \rho^b \eta^c [m^{a-2b-c} s^{-a-c} kg^{b+c}] = \frac{D \cdot V \cdot \rho}{\eta}$$

zwana liczbą Reynoldsa. Przepływy są więc takie same, jeśli liczby Reynoldsa są równe. Kiedy, na przykład, model jest wykonany w skali 1:5 to prędkość powietrza w tunelu aerodynamicznym musi być pięciokrotnie większa albo trzeba użyć gazu, dla którego  $\rho/\eta$  jest pięciokrotnie większa.

W praktyce najczęściej mierzy się siłę nośną skrzydła albo siły działające na poszczególne części modelu. Jak, stosując argumenty wymiarowe, na podstawie wyników takich pomiarów obliczyć siły działające w rzeczywistości?

Dla dużych prędkości  $V$  istotna staje się ściśliwość ośrodka którą określa się zwykle przez podanie prędkości dźwięku w ośrodku  $v$ . Można wtedy utworzyć jeszcze jedną wielkość bezwymiarową  $V/v$ , zwaną liczbą Macha. W tym przypadku kształty linii prądu są podobne, jeśli zarówno liczba Reynoldsa jak i liczba Macha dla modelu i obiektu są takie same.