

## Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji „Delta”

Redaguje dr Marcin E. KUCZMA

### Regulamin

1. Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego oraz Redakcja miesięcznika „Delta” ogłaszają konkurs — ligę zadaniową pod nazwą **Klub 44**.
2. Liga ma charakter ciągły. Zadania konkursowe będą ogłaszane w miesięczniku „Delta”, po 3 zadania w każdym numerze, z dwumiesięczną przerwą (nr nr 6 i 7 każdego roku).
3. Uczestnikiem ligi może być każdy.
4. Uczestnictwo w lidze polega na rozwiązywaniu zadań konkursowych i przesyłaniu opracowanych rozwiązań na adres redakcji „Delta”. Aby zostać uczestnikiem, wystarczy przysłać rozwiązanie choćby jednego zadania.
5. Moment przystąpienia do ligi można wybrać dowolnie. Nie ma konieczności rozwiązywania zadań z każdego miesiąca.
6. Rozwiązania zadań z numeru  $n$  należy nadsyłać do końca miesiąca  $n+2$  (dodawanie *modulo* 12, np. termin nadsyłania zadań z nr 11/1981 upływa 31 stycznia 1982). W numerze  $n+4$  podane będą szkicowe rozwiązania.
7. Rozwiązanie każdego zadania powinno być pisane na oddzielnym arkuszu papieru i podpisane. Uczniowie proszeni są o podanie klasy, studenci — roku i uczelni. Na kopercie prosimy umieszczać dopisek: Klub 44.
8. Prace powinny być samodzielne. Serie rozwiązań jednobrzmiących nie będą brane pod uwagę.
9. Rozwiązanie każdego zadania będzie oceniane w skali ocen od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Przy ocenie będzie brana pod uwagę nie tylko poprawność logiczna i rachunkowa, lecz także pomysłowość metody i elegancja rozwiązania.
10. Każde zadanie otrzyma współczynnik trudności ustalany po upływie terminu nadsyłania rozwiązań. Współczynnik ten będzie liczbą pomiędzy 1 a 4 ustaloną według następującej zasady: jeżeli  $N$  oznacza liczbę osób które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru, a  $S$  oznacza sumę ocen uzyskanych przez wszystkich uczestników za dane zadanie, wówczas otrzymuje ono współczynnik trudności

$$WT = 4 - 3 \frac{S}{N}.$$

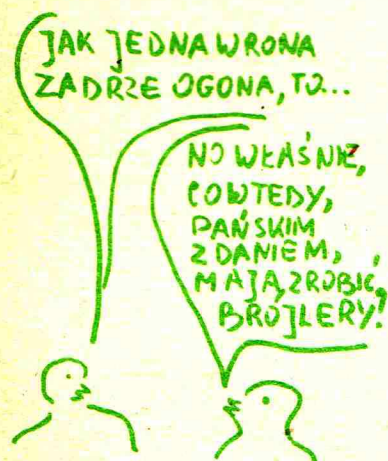
Za nadesłane rozwiązanie uczestnik otrzyma w punktacji ligowej liczbę punktów równą iloczynowi uzyskanej oceny przez współczynnik trudności (z zaokrągleniem do dwóch miejsc po przecinku).

11. Punkty zdobyte przez każdego uczestnika za rozwiązania poszczególnych zadań (obliczone według podanej wyżej zasady) będą sumowane. Z chwilą osiągnięcia łącznej sumy 44 punktów uczestnik staje się **członkiem Klubu 44**.
12. Po zgromadzeniu 44 punktów (i zostaniu członkiem Klubu 44) można w dalszym ciągu brać udział w konkursie ligowym. Nadwyżka punktów ponad wartość 44 zostaje zaliczona na poczet ponownego uczestnictwa w lidze.
13. Trzykrotne uzyskanie członkostwa Klubu 44 daje tytuł **Weterana Klubu 44**.
14. Czołówka listy ligowej będzie systematycznie ogłaszana w miesięczniku „Delta” począwszy od numeru 3/1982.
15. Członkowie Klubu 44 będą zapraszani na spotkania Klubu 44, które będą organizowane w Warszawie raz do roku.
16. Organizatorzy zastrzegają sobie wyłączne prawo interpretacji i możliwość zmian Regulaminu.

Wydział MIM UW  
Redakcja „Delta”



Z niepowodzeń gniew wyrasta  
 Chłód panuje w sercach smutnych  
 Stąd się bierze dziwna kasta  
 Ludzi zimnych i okrutnych  
 Małe cele czynią błazna  
 Czar sukcesu go rozpiera  
 Z niepowodzeń gniew wyrasta  
 Szukaj szczęścia w małych celach  
 Nim podejmiesz ciężar jarzma  
 Bacz byś nie brał nazbyt wiele  
 Z niepowodzeń gniew wyrasta  
 Czynią błazna małe cele



Ilekród wrzenie rewolucyjne zaczyna  
 ogarniać którąkolwiek z wyżej odeń  
 stojących warstw społeczeństwa, .  
 proletariat wchodzi z nią w związek  
 i w ten sposób dzieli wszystkie  
 porażki, ponoszone kolejno  
 przez wszystkie partie.

Karol MARKS

Zmagania ligowe rozpoczęte! Oczekujemy liczego udziału naszych miłych Czytelników. Mamy nadzieję, że nasze zadania będą dostarczać zajmującej rozrywki.

Regulamin ligi podaliśmy wyżej. Należy się teraz kilka słów komentarza.

Zgodnie z regulaminem nie wymaga się od uczestników spełnienia żadnych warunków wstępnych — każdy może startować. Nie ukrywamy jednak, że najbardziej liczymy na udział młodzieży szkolnej.

Sukcesy w lidze nie dają korzyści materialnych. Nie przewidujemy nagród pieniężnych ani rzeczowych, nie dajemy ulg w rekrutacji na studia, oferujemy jedynie satysfakcję członkostwa Klubu 44. Główną nagrodą ma być przyjemność płynąca z gimnastyki umysłowej. Mamy ambicję propagować piękną, choć ostatnio mało popularną, ideę czystego amatorstwa w sporcie. Nie zamierzamy stanowić konkurencji dla Olimpiady Matematycznej. O ile rozgrywki Olimpiady Matematycznej można przyrównać do wielkich wyścigów lub rajdów samochodowych, o tyle nasza liga ma raczej przypominać zdobywanie odznak turystycznych (GOT itp.): żadnej rekordomanii, punkty można zbierać szybko lub powoli, wytrwale lub nie, można włączać się do ligi w dowolnym momencie, a także robić dowolnie długie przerwy.

Jakiego rodzaju będą zadania? Przede wszystkim — elementarne, tj. nie wykraczające zasadniczo poza zakres matematyki szkolnej. Przewidujemy dużą różnorodność, obecność zadań „nietypowych”, odbiegających od standardów podręcznikowych, a także zadania typu zagadki — łamigłówek. Czasami polecenie zadania będzie nie w pełni zdeterminowane (np.: podane twierdzenie nieprawdziwe; polecenie — wzmocnić założenia tak, by twierdzenie stało się prawdziwe; ocena będzie tym wyższa, im lepszy i ładniejszy wynik zawierać będzie rozwiązanie). Zadania będą dość znacznie różnić się trudnością; wprowadzamy więc współczynniki trudności. Doświadczenia uczą, że ustalanie stopnia trudności *a priori* często bywa zawodne i nazbyt subiektywne — nie zawsze można trafnie przewidzieć, co okaże się trudne, a co łatwe. Dlatego

decydujemy się na formułę  $WT = 4 - 3 \frac{S}{N}$  uzależniającą współczynnik trudności od wstępnych

ocen za rozwiązania. Stosunek  $x = \frac{S}{N}$  jest liczbą z przedziału  $\langle 0,1 \rangle$  i przyjmuje wartość 0 gdy

nikt nie nadesłał rozwiązania poprawnego choćby częściowo, zaś wartość 1 gdy wszyscy uczestnicy podadzą rozwiązania bezbłędne. Funkcja  $y = 4 - 3x$  odwzorowuje przedział  $\langle 0,1 \rangle$  na przedział  $\langle 1,4 \rangle$  w sposób liniowy, tak więc największy możliwy współczynnik trudności równa się 4 (nikt zadania nie rozwiązał), a najmniejszy 1 (wszyscy rozwiązali).

Jeśli, dajmy na to, czyjeś rozwiązanie zostało ocenione na 0,8 (rozwiązanie poprawne ale z usterkami), a zadanie otrzymało współczynnik trudności  $WT = 2,3$ , wówczas uczestnik zdobywa w naszej klasyfikacji  $0,8 \cdot 2,3 = 1,84$  pkt.

Zgodnie z obietnicą regulaminu będziemy przedstawiali szkicowe rozwiązania zadań. Mamy jednak nadzieję, że rozwiązania przysłane przez uczestników ligi często będą ładniejsze, bardziej pomysłowe lub ogólniejsze od rozwiązań nam znanych. Toteż do niektórych zadań będziemy jeszcze wracać, a najciekawsze rozwiązania będziemy po adaptacji drukować.

Zwracamy się też do Czytelników z apelem o nadsyłanie propozycji zadań. Te, które uzyskają naszą aprobatę, wykorzystamy w lidze podając nazwisko autora. Przy wszystkich pozostałych zadaniach ligowych (nie pochodzących z korespondencji naszych Czytelników) nie będziemy podawać źródła.

Mile będą widziane także wszelkie listy z uwagami na temat ligi zadaniowej; prosimy umieszczać na kopercie dopisek: Klub 44.

Czekamy teraz na korespondencję, na pierwsze rozwiązania zadań, na ukształtowanie „tabeli ligowej”, wreszcie na moment, gdy Klub 44 stanie się zbiorem nieupstym.

Organizatorzy

## Zadania 1, 2, 3

termin nadsyłania: do 30.11.1981

1. Udowodnić, że żadna suma częściowa szeregu harmonicznego  $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n}$

(gdzie  $n \geq 2$ ) nie jest liczbą całkowitą.

2. Na płaszczyźnie dane są punkty  $A$  i  $B$  oraz jeszcze pewien skończony zbiór punktów  $Z$ . Rozpatrujemy wszystkie linie łamane o początku  $A$ , końcu  $B$ , o wierzchołkach w punktach zbioru  $Z$ , nie omijające żadnego z tych punktów. Udowodnić lub obalić twierdzenie: najkrótszą spośród rozpatrywanych łamanych jest ta, która jest „najmniej kręta”, tzn. dla której suma kątów (wewnętrznych) przy wierzchołkach jest największa.

3. Obliczyć największą możliwą objętość bryły obrotowej powstałej przez obrót trójkąta o obwodzie 1 wokół prostej leżącej w płaszczyźnie tego trójkąta, przechodzącej przez jeden z jego wierzchołków i nie przechodzącej przez jego punkty wewnętrzne.