

Pola figur płaskich i obroty sfer niebieskich czyli wielki przełom

Doc. dr Piotr MANKIEWICZ, dr Marek KORDOS

Każda epoka ma swoje wielkie odkrycia naukowe, które wyznaczają jej wkład we wspólny dorobek cywilizacji gatunku Homo sapiens. Być może takimi odkryciami naszego wieku będą *rozbicie atomu* — nie opanowanie atomu (do tego jeszcze daleka droga) ale rozbicie oraz *odkrycie mechanizmów dziedziczenia* (podwójna spirala DNA) — znowu do całkowitego rozwiązania problemu jeszcze daleko. Ale w obu przypadkach kierunek został wytyczony oraz pierwszy i najważniejszy krok został dokonany.

W wieku XVII ludzkość rozwiązała dwa wielkie problemy: *problem kwadratury* (obliczania pól figur płaskich, a dalej długości łuków i objętości brył) i *problem „obrotów sfer niebieskich”* (uzyskała odpowiedź na pytanie co — u diabła? — dzieje się na firmamencie niebieskim). Stwierdzenie, że ludzkość rozwiązała te dwa problemy jest nieco kłamliwe, gdyż po pierwsze to nie ludzkość, a konkretni ludzie — Leibniz i Newton, po drugie oni też nie rozwiązali tego sami, a dokonali tego w oparciu o skumulowaną wiedzę zgromadzoną przez swoich poprzedników. Sam Newton podobno miał powiedzieć: „Jeśli sięgnąłem wzrokiem nieco dalej niż inni, to tylko dlatego, że stałem na ramionach gigantów”.

Żeby ocenić właściwie wagę rozwiązania problemu naukowego należy zdać sobie sprawę, że składa się ona z dwóch niezależnych części, a mianowicie z *wagi naukowej problemu* mierzonej potencjałem intelektualnym ludzi usiłujących uprzednio dany problem rozwiązać, a którzy musieli się poddać oraz z *wagi społecznej samego rozwiązania*. Bywają bowiem społecznie banalne rozwiązania wielkich problemów (np. trysekcji kąta) i rewolucyjne rozwiązania problemów nieefektywnych (np. prawa dziedziczenia Mendla). Spróbujmy więc zważyć te dwa wielkie dokonania XVII wieku.

Parada Gigantów (nie wszystkich)

z rękami podniesionymi ku górze (na znak, że się poddają),
czyli waga naukowa problemów

PROBLEM KWADRATURY, TAKI SZERSZY

Starożytni, np. Egipcjanie, rozwiązywali ten problem niechlujnie.

Porównywanie pól było im potrzebne do dzielenia gruntów między uprawiających je rolników, a porównywanie objętości — do podziału żywności. Oba te podziały, pracy i płacy, można jak wiadomo wykonywać dowolnie niestarannie.

Grecy, mając ambicję demokracji i rozwiązywania każdego dającego się pomyśleć problemu, wymyślili dwa niezależne podejścia:

Demokryt zapoczątkował ustalanie objętości brył za pomocą wypełniania ich drobnymi jednakowymi „atomami” — piaskiem, przesypanych potem do prostopadłościennych naczyń.

Eudoksos dzielił bryły na kawałki, których objętość umiał obliczyć. Obaj dobrze „zgadli” objętość stożka.

Archimedes uprawiał obie metody. Piasek zastąpił wodą uzyskując „przy okazji” prawo Archimedesesa. Bardzo sprytnie obliczył objętość kuli jako różnicę objętości, walca i stożka. Od tej jednak pory, aż do XVII wieku wszyscy obliczali pola, objętości i długości wyłącznie przy użyciu sprytu, za pomocą specjalnych do konkretnego przypadku dobranych sposobów, nie umiając znaleźć ogólnej metody.

Tymczasem, od XIV wieku, zaczęła w Europie rozwijać się zapożyczona od Arabów (wraz z systemem pozycyjnym zapisywania liczb) algebra. W XVI wieku umiano już np. rozwiązywać równania 3 i 4 stopnia. A w kwestii kwadratur tylko (już na początku XVII wieku)

Cavalleri zaczął redukować problemy obliczania pól, objętości i długości do znajdowania pól leżących pod „kawałkami” wykresów pewnych prostych funkcji. Wykresów, bo równocześnie

Kartezjusz połączył niezależne dotąd gałęzie matematyki, algebrę i geometrię, w geometrię analityczną i nauczył znajdować odpowiadające sobie problemy obu tych dziedzin.

PROBLEM OBROTÓW SFER NIEBIESKICH

Ludy Mezopotamii, jak wszystkie zresztą inne ludy, patrzyły z zainteresowaniem w niebo — siedlisko bogów. Ich kapłani prowadzili systematyczne obserwacje astronomiczne na przestrzeni tysiącleci, potrafili przewidywać zaćmienia Słońca i Księżyca, a także obliczyli z zadziwiającą dokładnością niektóre parametry astronomiczne. Wiedzy tej używali głównie do celów wróżbiarstwa i nie podjęli udanych prób stworzenia spójnej teorii nieba. Po prostu takiego pytania sobie nie stawiali, wystarczała im możliwość przewidywania.

Ptolemeusz stworzył ogólnie znany system „działania sfer niebieskich”. Ziemia — centrum Wszechświata i planety oraz Słońce, które krążą dookoła niej po orbitach kołowych. Na wybór takiej, a nie innej koncepcji znaczny wpływ miały względy filozoficzne i estetyczne — w końcu zrozumiały antropocentryzm i przekonanie, że koło jest najdoskonalszą z figur płaskich. Bowiem kultura grecka najlepszą drogę poznania świata widziała w spekulacjach filozoficznych i była ustawiona, jeśli nie tyłem, to bokiem, do wszelkich eksperymentów praktycznych. Czynnione później obserwacje wykazywały niezgodność teorii ptolemejskiej ze stanem faktycznym. By temu zaradzić wprowadzono do niej poprawki (tzw. epicykle), a gdy to nie odniosło właściwego skutku — wprowadzono poprawki do poprawek itd., aż w miejsce uderzającej prostotą konstrukcji (czynnik estetyczny) pojawiło się skomplikowane monstrum, a problem był ciągle daleki od rozwiązania. Teoria Ptolemeusza, z tymi wszystkimi poprawkami, była ogólnie obowiązująca (= urzędowa?) do czasu, gdy

Kopernik przedstawił swoją — Słońce w środku, a Ziemia i inne planety krążące po orbitach kołowych. Teoria ta wywołała wiele dobrze znanych „sporów”, ale ponieważ lepiej odpowiadała obserwacjom (jedynym kryterium prawdy naukowej jest jej zgodność z praktyką) została w końcu ogólnie zaakceptowana.

Fermat, Pascal, Huygens, Barrow, Wallis i inni poszli drogą wskazaną przez Cavalieriego i wszystkie kwadratury sprowadzili do obliczania pól pod wykresami. Równocześnie wyznaczali styczne do wielu krzywych. W obu tych problemach posługiwali się jednak metodami nie mieszczącymi w obrębie ani algebry, ani geometrii. Mówiono np. o *nieskończonych sumach nieskończenie małych wielkości*. Ponieważ w ówczesnej matematyce obowiązywały rygory ścisłości odziedziczone po greckich geometrach, uzyskiwane wyniki nie były na ogół publikowane, a tylko rozpowszechniane wśród „ekspertów” drogą korespondencji i osobistych kontaktów. Choć asekurowano się często dopisując uwagę, że „*łatwo można by przedstawić długi dowód w stylu Archimedes, ale po co?*”. Nawet Newton w *Principiach* maskował to, co dziś nazwalibyśmy przejściem granicznym w swoich odkryciach (na prawo patrz) sformułowaniami w języku klasycznej geometrii euklidesowej.

Rozwiązanie problemu polegało na zauważeniu dualności pomiędzy problemem stycznych, a problemem pól. Dokonane zostało to niezależnie przez Leibniza i Newtona, którzy udowodnili tzw. Podstawowe Twierdzenie Analizy. Niech

$\frac{d}{dt}f(t)$ oznacza tangens nachylenia stycznej do wykresu

funkcji $f(t)$, a $\int_a^b f(x)dx$ oznacza pole leżące pomiędzy

wykresem funkcji $f(x)$, dla $x \in \langle a, b \rangle$ i osią x -ów. Wtedy

$$\frac{d}{dt} \int_a^t f(x)dx = f(t).$$

Innymi słowy pochodna przyrostu pola równa się wartości funkcji. Celowo opuściliśmy tu założenia twierdzenia. Dla Newtona krzywe były trajektoriami ruchu i pochodna była prędkością chwilową, a każdy przecież ruch ma swoją prędkość. Z kolei dla Leibniza krzywe składały się z „nieskończenie wielu nieskończenie małych odcinków” i styczna była prostą zawierającą taki odcinek. Nietrudno zauważyć, że Podstawowe Twierdzenie Analizy problem liczenia pól sprowadza do rozwinięcia teorii obliczania pochodnych i do teorii operacji odwrotnej — całkowania. To i kwestia wypracowania właściwych założeń metodologicznych zostało zostawione następnym pokoleniom.

I co z tego mamy, czyli zważmy społeczne skutki

Hipoteza, że otaczający nas świat funkcjonuje według obiektywnych, niezależnych od nas praw i to praw poznawalnych, była jedną z wielu możliwych wówczas do przyjęcia koncepcji filozoficznych. Natomiast jej ogólne przyjęcie, spowodowane spektakularnym sukcesem (patrz wyżej), było warunkiem koniecznym rozpoczęcia na szerszą skalę badań naukowych, gdyż jeżeli świat funkcjonuje według niezależnych i poznawalnych praw, to nie można tych praw nie badać.

RACJONALIZM, CZYLI POTĘGA ROZUMU

Kartezjusz powiedział „Myślę, więc jestem”, ale pod słowem *myślę* rozumiał: mogę poznać świat, poznać wszystko co istnieje. I takie właśnie zadanie stawiał sobie i innym. W sytuacji, gdy owo poznanie okazało się nie tylko teoretycznie wykonalne, ale i (w obrębie postawionych problemów) wykonane, uznano, że rozum ludzki jest równorzędny do świata w tym sensie, iż może nam świat w pełni objaśnić.

DETERMINIZM — A WIĘC CZŁOWIEK WOLNY, CZY NIE

Ujęcie ilościowe zależności między działaniem wywołującym zmiany ruchu (siłą wg Newtona), a ujętym globalnie ruchem (trajektorią) wydało się być modelowe dla całej struktury Wszechświata. Prawa Newtona: brak oddziaływań = stabilność, proporcjonalność oddziaływań do efektów, wreszcie przeciwdziałanie równe działaniu, stosowano do wszelkich (nie tylko mechanicznych) aspektów rzeczywistości.

INŻYNIEROWIE — MYŚLENIE CZY NATCHNIENIE

Badania XVII wieku, jak każde inne, musiały być dotowane. I choć w odniesieniu do luminarzy nauki tego stulecia odpowiedź na pytanie „kto im płacił” byłaby (jak to zwykle z luminarzami) bardzo złożona, to jednak w przeważającej części przypadków licznych wówczas badaczy (z tej wielkiej liczby mogli dopiero wyrosnąć naprawdę wielcy) odpowiedź na pytanie o finansową stronę

Nie bez znaczenia był przy tym fakt powrotu do niezwyklej prostoty. I znowu zaczęto prowadzić obserwacje nieba, by zbadać zgodność nowej teorii z praktyką. Jednym z takich astronomów był

Tycho de Brahe. Przez wiele lat prowadził on obserwacje nieba, najdokładniejsze, jakie dokonano kiedykolwiek bez użycia teleskopu (to jeszcze nie te czasy). Wynik był jednoznaczny — coś się znowu nie zgadza! Następnym wielkim osiągnięciem, już nie naukowym, Tycho de Brahe było znalezienie właściwego człowieka, któremu przekazał pod koniec życia wyniki swojej pracy — najprawdopodobniej jedyne, który mógł je właściwie spożytkować. Taki człowiek jak

Kepler zdarza się niezwykle rzadko. Po dwudziestu dwu latach niehumanicznych obliczeń Kepler sformułował, na podstawie wyników obserwacji Tycho de Brahe, trzy prawa rządzące ruchem planet — tzw. prawa Keplera. Na astronomów padł strach. Obserwacje wykazały, że do pięknej i przejrzystej teorii Kopernika trzeba znowu wprowadzić poprawki. Czyżby historia się powtarzała i po wykonaniu jeszcze dokładniejszych obserwacji trzeba będzie wprowadzić poprawki do poprawek i tak dalej, aż znowu dostaniemy niestrawne monstrum? W tym momencie wkracza na scenę

Newton, który kontynuując badania zapoczątkowane przez Galileusza sformułował podstawowe prawa mechaniki, tzw. prawa Newtona. Dla współczesnych nie bardzo to było związane z obrotami planet, któż mógł bowiem wtedy przypuszczać, że gwiazdy, Słońce i planety, a więc byty niebiańskie, mają budowę materialną podlegającą prawom mechaniki jak zwykle kamienie — niemożliwe! A jednak to było brakujące ogniwo pozwalające na

rozwiązanie problemu. Newton (w wieku 22—23 lat) ze swojego drugiego prawa i praw Keplera, posługując się aparatem rachunkowym stworzonym przez siebie (na lewo patrz) wywnioskował prawo powszechnego ciążenia

$$F = c \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}.$$

Następnie wykazał, jak przystało na nowoczesnego naukowca, że prawa mechaniki są ogólniejsze niż prawa Keplera, tzn. że prawa Keplera wynikają z praw mechaniki. Wniosek: **Ruchem ciał niebieskich rządzą te same „zwyczajne” prawa fizyczne co ruchem obiektów ziemskich.** Koniec, kropka. Ostateczne rozwiązanie problemu.

Jest to oczywiste uogólnienie. Ale, gdy na kolejno „branych na warsztat” polach ów rozum zdawał egzamin, racjonalizm — doktryna zakładająca rozumową możliwość wyjaśnienia wszystkiego na co zwróciliśmy uwagę — stał się na ćwierć tysiąclecia dominujący.

I tak Cavendish mógł z całym spokojem sprawdzać doświadczalnie, że wszelkie ciała (nie tylko niebieskie) przyciągają się nawzajem, pewny, że rozumowo uzyskane prawo nie zawiedzie. I w końcu (rok 1798, za pomocą wagi skręceń) ustalił stałą grawitacji. Dlatego też miażdżąca krytyka newtonowskich *Principiów* przez Berkeley’a i lansowany przez niego agnostycyzm (doktryna zakładająca niepoznawalność świata) mogły być całkowicie zlekceważone.

Bo równocześnie racjonalistycznie porządkowano kolejne zakresy rzeczywistości: chemię od Boyle’a przez Daltona do układu okresowego Mendelejewa, ekonomię od Smitha do *Kapitału*, biologię przez teorię ewolucji aż po ustalenie struktury dziedziczenia itd., itp.

Racjonalizm głęboko wrył się w świadomość społeczną. Przecież mówiąc „należy znaleźć racjonalne wyjście” pod słowem racjonalne rozumiemy najlepsze, właściwe. Z drugiej strony stwierdzając, że ktoś „postępuje irracjonalnie”, wyrażamy ocenę negatywną.

I formułowano dalsze: do zachowania pędu dołączono zachowanie energii, masy itp. Słowem wprowadzono „modo mechanico” (na sposób mechaniki) newtonowską strukturę wszędzie, nawet do teorii społecznych. Doskonalenie warsztatu opisowego, w tym przypadku głównie teorii równań różniczkowych, stało się zagadnieniem pierwszoplanowym. Po 150 latach uzyskano też spodziewany wynik — twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania równania różniczkowego. W mechanice oznacza to, iż znając stan chwilowy takiego układu, znamy tym samym jego ewolucję w czasie. Uogólniając jak wyżej, uzyskamy pogląd, w myśl którego aktualny (bądź inny chwilowy) stan świata w pełni wyznacza całą jego przeszłą, jak i przyszłą historię — determinizm. I choć świadomościowo przykry (bo gdzie wolna wola), okazał się determinizm praktycznie powszechnie przyjętą doktryną. Siłę deterministycznego obrazu świata ukształtowanego w wyniku niezaprzeczalnych sukcesów uczonych XVII wieku najlepiej może obrazuje fakt, iż odejście od niego zaczęło być rozważane dopiero, gdy mechanika sama znalazła dla niego alternatywę — teorię kwantową. Choć chyba, jak dotąd, odejście od determinizmu w nauce człowieka nie uwolniło. Często czuje się jeszcze „modo mechanico” chwycony w tryby mechanizmów społecznych, jednoznacznie ukierunkowany prawami epoki itd.

zagadnienia jest znana: głównie wojsko (większość była oficerami łącznie wówczas zorganizowanej artylerii i saperów), oraz władze miejskie (te chciały dobrze chodzących zegarów na ratuszach). I niezależnie od rzetelności poszczególnych zleceniobiorców, należy stwierdzić, iż owi inżynierowie (używając dzisiejszej nazwy) uczciwie otrzymane pieniądze zarobili. Dokonali bowiem tego, że od XVII wieku w pracy technika było już nie tylko szaleństwo, ale i metoda. Uzyskana właśnie wówczas możliwość precyzyjnego opisu zjawisk mechanicznych, możliwość przewidzenia jak nie zbudowane jeszcze urządzenie zachowa się, czy i jak będzie działało, pozwoliło uczynić z działalności technicznej nie tylko działalność *ingénieuse* (fr.: pomysłową, dowcipnie pomyślaną), lecz także zawód (słowo *génie* oznacza po francusku talent, geniusza i oficera saperów). W ten sposób sztuka inżynierska przekształciła się w naukę inżynierską. Różnica zasadnicza — talent zdarza się stosunkowo rzadko, natomiast wiedzy może się wyuczyć praktycznie prawie każdy. Nauka inżynierska daje się więc upowszechnić. Tak więc w konsekwencji XVII-wiecznego przewrotu w nauce uzyskaliśmy szybko *École Polytechnique* i wykształconych *ingénieurs* i niebawem liczne politechniki, w których nauki techniczne są pobierane przez liczne rzesze przyszłych inżynierów. Zaś konsekwencje ich działalności każdy może zobaczyć wokół siebie.

Dziś jesteśmy już mądrzejsi od naszych XVII-wiecznych kolegów o całą ich mądrość i świadomość tego, co się w międzyczasie dokonało. I możemy nawet na te czy inne konsekwencje ich osiągnięć wybrzydzać. Jedno jest jednak pewne: od czasów aleksandryjskich (IV w.p.n.e.) nie dokonał się w nauce żaden porównywalny przewrót, nie zrobiono nigdy porównywalnego do XVII-wiecznego skoku naprzód.

A co do wybrzydzenia. Ci, którym się uda naprawdę czegoś dokonać wyznaczają kierunek rozwoju świata. I to jest dobrze. Tak wygląda prawdziwa społeczna zapłata za ich trud. I wpływem na dalszy bieg historii mierzy się ich dokonania.

Słoń a ..., czyli my, tu, dziś

Historia naszego narodu (tradycja romantyzmu i wielkich zrywów powstańczych) spowodowała, że nasza narodowa kultura jest przedziwną mieszkanką racjonalizmu i irracjonalizmu. To *Wieszcz* napisał: *Czucie i wiara silniej mówią do mnie niż mędrca szkiełko i okó*, a w okresach prób „wybicia się na niepodległość” działanie pod wpływem uczucia, odruchu serca liczyło się bardziej niż działanie pod wpływem głębokich racji rozumowych. Odziedziczyliśmy to wszystko razem z kulturą i dlatego nie zawsze zachowujemy się racjonalnie.

Na pytanie, czy decyzje swoje podejmujesz na zasadzie wolnego wyboru, czy też okoliczności zewnętrzne decydują za Ciebie, będziesz musiał, Czytelniku, odpowiedzieć sobie sam.

Natomiast, jeżeli chodzi o inżynierów, zauważ, że w krajach o najwyższym rozwoju cywilizacji przemysłowej inżynierowie cieszą się dużym szacunkiem (np. w USA prestiż społeczny dobrego inżyniera jest znacznie wyższy niż dobrego literata). Tak im się płaci za to, co zrobili dla materialnej strony życia. U nas zaś tradycyjnie bardziej się liczy Słowo niż Ciało — Poeta niż Inżynier. Może właśnie dlatego w naszej kulturze mamy tak wielu wybitnych poetów, a tak mało wybitnych inżynierów.