

Jak się odkrywa nowe twierdzenie matematyczne?

— Jak się odkrywa nowe twierdzenia matematyczne? — zapytał Adaś.

— No, różnie — odpowiedziałem, ale Adasia nie łatwo było zbyć byle czym.

— Na przykład jak? A czy dużo trzeba myśleć, żeby coś odkryć?

— Tak, tak, oczywiście — odpowiedziałem, rozmyślając jednocześnie, jak nakłonić go do odrobienia lekcji.

— Ale skąd wiadomo, o czym myśleć i co z tego wyniknie?

— A właśnie. W tym cała rzecz, żeby to wiedzieć. Często po nauczaniu się czegoś widzimy, że umiemy to zrobić lepiej, ogólniej, czy coś takiego. W każdym razie trzeba się dużo przedtem uczyć (próbowałem wpływać wychowawczo na niego). Albo...

— Albo co... — Adaś żywo zainteresował się inną możliwością.

— No, patrzmy na figurę lub regułę arytmetyczną i próbujemy zauważyć jej ciekawe własności. Próbujemy na chybił-trafił i bywa, że w końcu trafiamy. Tym łatwiej trafić, im więcej wiemy na dany temat — nie rezygnowałem ze swych zadań wychowawczych.

I trzeba mieć dużo wiary w siebie.

— Rozumiem — powiedział z przekonaniem Adaś — Będę matematykiem. I zanim zdążyłem coś powiedzieć, pobiegł do swojego pokoju, przyniósł zeszyt, ołówek, gumkę, siadł przy stole i zaczął głośno myśleć:

— Najlepszy jestem z arytmetyki (δ nr.9/1978). Wprawdzie nie umiem mnożyć dużych liczb tak, jak każe pani w szkole, ale mam swój sposób (δ nr 4/1978, rysunek obok). Jak by go uogólnić? No, chyba oczywiste. Będę mnożył i dzielił nie przez 2, a przez 3. Obliczę, ile to jest 39 razy 35. Mnożę 39 przez 3, mam 117. Dzielę 35 przez 3, mam 12.

— Nie 12, a trochę mniej, $11\frac{2}{3}$.

— Ile razy mam ci tłumaczyć, że nie wiem, co to znaczy $\frac{2}{3}$! Ale niech ci będzie przy tym m, co znaczy że, liczba 35 jest trochę za mała. Zadowolony?

— Przemądrzały szczeniak — pomyślałem sobie, ale nic nie powiedziałem, bo to niepedagogicznie.

— Jedziemy dalej — mówił Adaś. — 117 mnożone przez 3 daje 351, 12 dzielone przez 3 daje 4, tym razem już się nie przyczepisz. Dalej, 351 razy 3 to (gdzie mój kalkulator?) 1053, a 4 dzielone przez 3 to 1.

— Trochę więcej niż 1, mianowicie $1\frac{1}{3}$ — zareagowałem.

39	razy	35	
razy 2		podzielić przez 2	
78		17	
156		8	parzyste się nie liczą
312		4	
624		2	
1248		1	
suma			
	1365		

$$\begin{array}{r}
 39 \text{ razy } 35 \quad \textcircled{m} \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 \text{razy } 3 \quad \text{podzielić przez } 3 \\
 \text{---} 117 \text{---} 12 \quad \text{podzielne przez } 3 \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 \text{razy } 3 \quad \text{podzielić przez } 3 \quad \textcircled{d} \\
 351 \quad 4 \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 \text{razy } 3 \quad \text{podzielić przez } 3 \quad \textcircled{d} \\
 1053 \quad 1
 \end{array}$$

suma z odpowiednimi znakami:
 $-39 + 351 + 1053 = 1365$

421×211	ⓓ
1263×70	ⓓ
3789×23	ⓓ
11367×8	ⓓ
34101×3	nie liczy się
102303×1	ⓓ
0	

wynik $421 + 1263 - 3789 - 11367 + 102303 = 88831 = 421 \times 211$

— Dobrze, dobrze, baw się tymi swoimi, jak je tam, ułamkami. A ja i tak dostanę dobry wynik. Napiszę z boku **d**, co znaczy, że jest za duża. Dobrze? Co teraz? Tam, gdzie stoją liczby podzielne przez 3, pewnie nie liczy się, podobnie jak przy tamtym moim mnożeniu. Co dalej, co dalej... — tracił wątek.

— Co to znaczyło **d** i **m**? — zapytałem. — Dodać i minus? — Nie, nie, to znaczyło... Coś ty powiedział? Dodać i minus? Dodać i minus? Mam, mam, hureka! — Albo „hura”, albo „eureka” — sprostowałem, ale Adaś nie słyszał.

— Skoro **m** to minus, a **d** to dodać, to trzeba pierwsze wziąć z minusem a drugie z plusem, słyszałem, to jest suma ambarasująca...

— Alternująca, a poza tym, suma alternująca to taka, w której składniki występują...

— Ambarasująca, czy almataterująca, wszystko jedno, trzeba to dodać. Pomógłbyś, $-39 + 351 + 1053$ daje 1365. Mam wynik. Mam swój sposób mnożenia. Nie będę się uczył tak, jak każą w szkole.

Trzeba zerwać z nużącą sztafpą tradycyjnych metod!

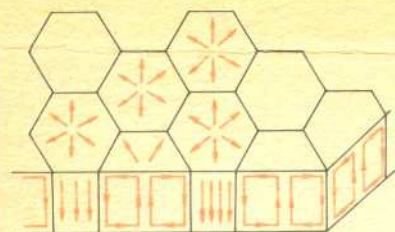
— Coś ty powiedział? — zapytałem, ale w gruncie rzeczy spodobało mi się odkrycie Adasia. Co będzie, kiedy nauczy się mnożyć przez inne liczby jednocyfrowe?

Często w upalny letni dzień ponad rozgrzaną powierzchnią asfaltowej drogi zaobserwować można drżenie powietrza zmniejszające jego przezroczystość i deformujące obraz odległych przedmiotów. Przyczyną tego zjawiska jest różnica temperatur między warstwą gazu stykającą się z rozgrzaną powierzchnią drogi i chłodniejszymi warstwami powyżej. Wszyscy na pewno pamiętacie, że ogrzewany gaz rozszerza się i jego gęstość maleje. Przy powierzchni drogi powietrze będzie najlżejsze, a wyżej coraz cięższe. Ale czy to wystarczy do wywołania jego ruchu?

Oczywiście nie! Wyobraźcie sobie mały „kawałek” powietrza ponad drogą, niech to będzie na przykład mały sześcianik. Dopóki gaz otaczający jego pionowe „ściany” ma taką samą temperaturę (a więc i gęstość) jak gaz wewnątrz, siła wyporu równoważy ciężar „kawałka”. Jeśli jednak niewielkie zaburzenie, wywołane na przykład podmuchem wiatru, czy nawet takie zupełnie małe spowodowane chaotycznym ruchem cząsteczek przeniesie nasz „kawałek” wyżej, gdzie gęstość jest większa, równowaga zostanie zachwiana. Siła wyporu będzie teraz większa niż ciężar „kawałka” i zacznie się on unosić, podobnie jak balon wypełniony gorącym powietrzem. Wystarczy więc mała różnica temperatur i niewielkie zaburzenie aby rozpoczął się ruch. W rzeczywistości „kawałek” powietrza to nie taki zwykły kawałek, bo ciągle wymienia cząsteczki z otoczeniem.

Ciepły „kawałek” w zimnym otoczeniu wymienia cząsteczki szybsze na wolniejsze; temperatury wyrównują się. Jeśli nastąpi to, zanim na dobre rozpocznie się ruch, powietrze pozostanie nieruchome.

Wyżej położone warstwy będą coraz cieplejsze tylko dzięki wymianie cząsteczek. Wyobraźmy sobie teraz, że ciepły „kawałek” przewyciężył tę trudność i zaczął się unosić. Wszystkie jego cząsteczki poza tym, że poruszają się chaotycznie (jak w spoczywającym gazie) przesuują się teraz wspólnie do góry.



Wymiana cząsteczek z otoczeniem zmniejsza prędkość tego wspólnego ruchu. Zjawisko to nazywamy lepkością. Podobnie jak wyrównywanie się temperatur przeszkadza ono unoszeniu się powietrza.

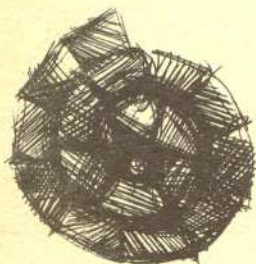
Domyślcie się teraz, że „wrzenie” może zacząć się dopiero przy odpowiednio dużej różnicy temperatur.

Unoszący się gaz ulega ochłodzeniu (to już wiecie) i może zacząć „tonąć” jeśli znajdzie się ponad ogrzany, rzadkim powietrzem. A niżej jest już dla niego miejsce opuszczone przez unoszący się ciepły gaz. W ten sposób cykl się zamyka. Powstają pionowe wiry (rysunek).

A teraz proponuję Wam doświadczenie. Musicie zdobyć płaską, czystą puszkę po konserwach, trochę gliceryny i bardzo drobne opiłki aluminiowe. Żelazko do prasowania przymocujcie do stołu „do góry nogami”. Na płaskiej powierzchni postawcie puszkę z kilkumilimetrową warstwą gliceryny wymieszanej z opiłkami. Jeśli nie macie opiłków (obserwacje będą wtedy znacznie trudniejsze) musicie zaczernić glicerynę tuszem i powierzchnię oświetlić silnym bocznym światłem. Po pewnym czasie (zależnym od temperatury żelazka) pojawiają się wzdłuż brzegu puszki pionowe wiry, które powoli będą się dzielić na wielokątne komórki. Kiedy wszystko się uspokoi, powierzchnia cieczy pocięta będzie na prawie foremne sześciokąty. W środku każdego z nich wypływa ciepła ciecz a na brzegach, po ochłodzeniu — tonie. Efekt ten można też nieraz zaobserwować na powierzchni stygnącej czarnej kawy. Jak wyjaśnić to zjawisko?

Co w tym dziwnego, odpowiecie, że podgrzana ciecz zachowuje się podobnie jak powietrze nad gorącą drogą? Ruch, jak poprzednio, spowodowany jest działaniem siły wyporu.

Tak też wszyscy myśleli przez prawie sześćdziesiąt lat od pierwszej obserwacji tego zjawiska. Dopiero w 1958 roku angielski fizyk A. Pearson zaniepokojony różnicą między wynikami obliczeń i doświadczeniem zwrócił uwagę na inną siłę, która może wywołać podobny ruch cieczy. To siła napięcia powierzchniowego. Okazało się wkrótce, że jest ona dużo ważniejsza od siły wyporu. Najprostsze doświadczenie dowodzące, że tak jest w istocie, polega na podgrzewaniu cieczy od góry. Mimo że teraz ciężar cieczy w dolnych warstwach jest większy niż przy powierzchni, tworzą się podobne komórki jak poprzednio. Doświadczenia przeprowadzone w stanie nieważkości potwierdzają ten zaskakujący wynik. Do tego, by rozpoczął się ruch cieczy pod wpływem sił napięcia powierzchniowego, potrzebne jest zaburzenie, w wyniku którego niewielki obszar powierzchni zostanie podgrzany. Na każdą cząsteczkę na brzegu tego obszaru będzie działała wtedy pozioma siła skierowana na zewnątrz. Jest ona wypadkową sił działających ze strony cząsteczek cieczy z najbliższego sąsiedztwa; wypadkowa jest skierowana na zewnątrz, bo w obszarze o niższej temperaturze cząsteczki ułożone są gęściej. Pod wpływem tej siły warstwa powierzchniowa zacznie się przesuwac i dzięki lepkości pociągnie za sobą ciecz pod powierzchnią. Na miejsce opuszczone przez odpływającą ciecz napłynie nowa z ciepłych warstw położonych niżej. Natomiast odpływająca ciecz oziębi się i zacznie wypełniać miejsce tej, która unosi się do góry.



Jeśli chcecie się przekonać o tym, że siły napięcia powierzchniowego mogą powodować ruch cieczy, spróbujcie wykonać następujące doświadczenie. Blaszkę z cienką warstwą gliceryny na powierzchni podgrzejecie od spodu na małym obszarze (najlepsza do tego celu jest lutownica). Po chwili ciecz nad ogrzewanym miejscem rozsunie się na boki i pojawi się suche kółko. Czy potraficie wyjaśnić— to zjawisko? Jak się przekonać, że nie jest ono wywołane po prostu parowaniem? Nowe wyjaśnienie ruchu cieczy pozwala też znaleźć przyczynę sześciokątnego podziału powierzchni. Jest nią dążenie do zmniejszenia obszaru o niskiej temperaturze czyli dużym napięciu powierzchniowym (maleje wtedy energia). A, jak wiecie, przy sześciokątnym podziale długość granic (gdzie chłodna ciecz tonie) jest najmniejsza.

Zaobserwowane przez Was komórki mogą w przyrodzie osiągać znacznie większe rozmiary. Od kilku kilometrów w atmosferze Ziemi, do kilkuset kilometrów na Słońcu. W pierwszym przypadku można je znaleźć na zdjęciach satelitarnych chmur, a w drugim są to granule, które z pewnością widzieliście na zdjęciach powierzchni Słońca.

Małą Deltę przygotowali: Maciej JĘDRZEJCZAK i Michał SZUREK.