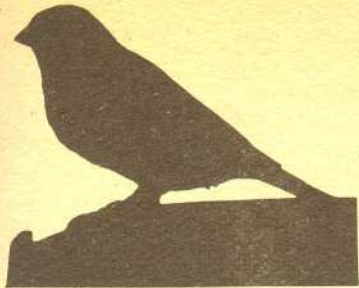


# O Grekach, Trojanach i wybuchach gwiazd nowych

Doc. dr Antoni KUSZELL



Nim będziemy mogli odpowiedzieć na pytanie, co mają ze sobą wspólnego pojęcia wymienione w tytule, zajmiemy się sprawami bardziej przyziemnymi, a mianowicie rozważymy tak zwane *zagadnienie trzech ciał*. Polega ono na badaniu ruchu trzech ciał izolowanych od świata zewnętrznego i przyciągających się wzajemnie siłami grawitacji. Problem ten, choć pozornie bardzo prosty, do dziś nie został w pełni rozwiązany. Przyczynę tego faktu łatwo sobie uświadomić — liczba stopni swobody wynosi w tym przypadku 18, zaś dostępnych rozdzielających stałych ruchu (por. Delta 1/1981) jest 10. Trajektoria jest więc krzywą w 8-wymiarowej podprzestrzeni przestrzeni fazowej i, jak łatwo sobie wyobrazić, jej wyznaczenie jest problemem bardzo złożonym; praktycznie wręcz niewykonalnym.

Dlatego w dalszych rozważaniach zajmiemy się problemem znacznie uproszczonym, zwanym *ograniczonym zagadnieniem trzech ciał*. Uproszczenie polega na tym, że będziemy rozpatrywać układ składający się z dwóch masywnych ciał o masach  $M_1$  i  $M_2$  zwanych centrami oraz bardzo lekkiego ciała próbnego o masie  $m$ . Dla takiego układu możemy dokonać przybliżenia polegającego na zaniedbaniu wpływu ciała próbnego na ruch centrów. W ten sposób ruch centrów sprowadza się do zagadnienia dwóch ciał, czyli odbywa się zgodnie z prawami Keplera.

Następnym uproszczeniem będzie wybranie specjalnego typu ruchu centrów, a mianowicie ruchu po orbitach kołowych. W układzie środka masy centrów jest on opisany wzorami (patrz rys. 1)

$$\begin{aligned} x_1 &= R_1 \cos \omega t, & x_2 &= R_2 \cos(\omega t + \pi), \\ y_1 &= R_1 \sin \omega t, & y_2 &= R_2 \sin(\omega t + \pi), \\ z_1 &= 0, & z_2 &= 0, \end{aligned}$$

gdzie  $x_k, y_k$  i  $z_k$  ( $k = 1, 2$ ) są współrzędnymi centrów, a  $\omega$  prędkością rotacji. Równania ruchu cząstki próbnej w układzie środka masy centrów można zapisać w postaci

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} \xi &= -\mu \frac{\xi - x_1}{r_1^3} - (1 - \mu) \frac{\xi - x_2}{r_2^3}, \\ \frac{d^2}{dt^2} \eta &= -\mu \frac{\eta - y_1}{r_1^3} - (1 - \mu) \frac{\eta - y_2}{r_2^3}, \\ \frac{d^2}{dt^2} \zeta &= -\mu \frac{\zeta}{r_1^3} - (1 - \mu) \frac{\zeta}{r_2^3}, \end{aligned}$$

gdzie  $\mu$  jest masą zredukowaną centrów. Równania te są trudne do rozwiązania, ponieważ zawierają współczynniki zależące w sposób jawny od czasu. Możemy pozbyć się tej trudności przechodząc do układu współrzędnych współrotujących z centrami. Stanowi to jednak przejście z układu inercjalnego do układu nieinercjalnego, co powoduje pojawienie się nowych sił (sił bezwładności) działających na ciało próbne. Siły te to dobrze wszystkim znana siła odśrodkowa oraz siła Coriolisa.

W rotującym układzie współrzędne ciała próbnego oznaczmy przez  $(x, y, z)$ . Spełniają one układ równań

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} x - 2 \frac{dy}{dt} &= x - \mu \frac{x - R_1}{r_1^3} - (1 - \mu) \frac{x - R_2}{r_2^3}, \\ \frac{d^2}{dt^2} y + 2 \frac{dx}{dt} &= y - \mu \frac{y}{r_1^3} - (1 - \mu) \frac{y}{r_2^3}, \\ \frac{d^2}{dt^2} z &= -\mu \frac{z}{r_1^3} - (1 - \mu) \frac{z}{r_2^3}; \end{aligned}$$

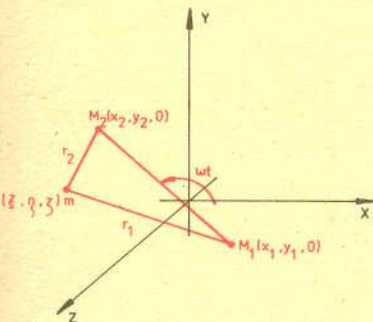
Dodatkowy człon zawierający pierwszą pochodną względem czasu opisuje siły Coriolisa, zaś człon proporcjonalny do rzutu wektora wodzącego na płaszczyznę obrotu — siłę odśrodkową. Łatwo możemy się przekonać, korzystając z (1), że funkcja

$$\Psi = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 - 2\Phi \quad \text{jest stałą ruchu.}$$

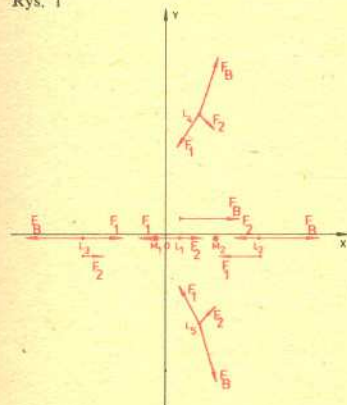
$(v_x, v_y, v_z)$  oznacza tutaj wektor prędkości, a  $\Phi$  jest określone wzorem:

$$\Phi = \frac{1}{2} (x^2 + y^2) + \frac{\mu}{r_1} + \frac{1 - \mu}{r_2} + \frac{1}{2} \mu (1 - \mu).$$

Funkcję  $\Psi$  nazywamy *stałą (całką) ruchu Jacobiego*.



Rys. 1



Rys. 2

W punktach stacjonarnych siła wypadkowa działająca na ciało próbne znika. Korzystając z tego faktu możemy w prosty sposób wykazać, że w ograniczonym problemie trzech ciał jest pięć punktów stacjonarnych (patrz rys. 2). W grę wchodzi jedynie siły przyciągania grawitacyjnego przez centra ( $F_1$  i  $F_2$ ) oraz siła odśrodkowa ( $F_B$ ). Siła Coriolisa jest równa zeru, ponieważ w punktach stacjonarnych ciało próbne spoczywa.

Siła Coriolisa jest siłą bezwładności występująca w układzie odniesienia obracającym się względem układu inercjalnego. Powoduje ona jedynie zmianę kierunku wektora prędkości (zakrzywienie toru) bez zmiany jego długości. Działanie siły Coriolisa można zilustrować następującym doświadczeniem. Na obracającym się talerzu adaptera pokryty białym papierem rzućmy kulkę zamoczoną uprzednio w farbę. W układzie obserwatora (laboratoryjnym) ruch kulki będzie prostoliniowy, ponieważ tarcie można pominąć. Zakrzywienie toru zakreślonego przez kulkę na papierze to wynik działania siły Coriolisa.



Rys. 3

Badając własności całki Jacobiego możemy uzyskać bardzo dużo informacji o dynamice układu. Jak zwykle, najciekawsze daje nam badanie stanów stacjonarnych układu. Możemy wtedy w całce Jacobiego położyć wszystkie prędkości równe zeru i ograniczyć się w ten sposób do badania własności funkcji  $\Phi$  w przestrzeni położeń. Ma ona 5 punktów stacjonarnych. Łatwo się przekonać, że wszystkie one muszą leżeć w płaszczyźnie  $z = 0$ . Na rysunku 3 przedstawiamy wykres linii ekwipotencjalnych całki Jacobiego w tej płaszczyźnie. Oznaczone są tam punkty stacjonarne  $L_1, L_2, \dots, L_5$ . Punkty  $L_1, L_2$  i  $L_3$  leżą na osi  $x$ , zaś  $L_4$  i  $L_5$  w wierzchołkach trójkątów równobocznych opartych na odcinku łączącym centra masy  $M_1$  i  $M_2$ . Badając własności punktów stacjonarnych widzimy od razu, że  $L_1, L_2$  i  $L_3$  są punktami siodłowymi, a punkty  $L_4$  i  $L_5$  to minima.

Rozważmy teraz cząstkę próbną umieszczoną w punkcie siodłowym. Istnieją oczywiście drogi, po których cząstka może spaść do punktów o niższej energii potencjalnej (z przełęczą zawsze jest gdzie spadać), a więc są to punkty równowagi nietrwałej. Jeśli chodzi o pozostałe punkty stacjonarne, to głębsza analiza wykazuje, że są one stabilnymi punktami równowagi jedynie wtedy, gdy masa lżejszego centrum spełnia następującą nierówność:

$$\mu \leq \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{23}{108}} \approx 0,0385 \dots$$

W zjawiskach astronomicznych wyróżnioną rolę odgrywają punkty:  $L_1$  zwany *wewnętrznym punktem Lagrange'a* oraz punkty trójkątne  $L_4$  i  $L_5$ .

Przykładów realizacji rozwiązań stacjonarnych (a ściślej mówiąc ciał oscylujących dookoła tych stanów) możemy w Układzie Słonecznym znaleźć kilka. Najbardziej znanymi są planetoidy znajdujące się w punktach stacjonarnych utworzonych przez Słońce i Jowisz. W pobliżu jednego z nich występuje grupa planetoid nazywana Trojanami. Poszczególne planetoidy należące do tej grupy noszą nazwy trojańskich bohaterów „Iliady”. Grupa planetoid występująca w obszarze symetrycznym nosi nazwę Greków.

Innym, swego czasu głośnym przykładem, są tzw. księżycy Kordylewskiego. Otóż astronom krakowski zaobserwował w punktach  $L_4$  i  $L_5$  układu Ziemia-Księżyc rozjaśnienia tła pochodzące od pyłu kosmicznego zebranego w jamach potencjalnych w otoczeniu tych punktów. Badania satelitarne potwierdziły fakt nieznaczego zwiększenia natężenia światła rozproszonego w otoczeniu tych punktów. Wydaje się jednak nie całkiem oczywiste, czy rozjaśnienia te można obserwować z Ziemi.

Dużo ważniejszą rolę we współczesnej astrofizyce odgrywa jednak wewnętrzny punkt Lagrange'a. Leży on na ekwipotencjalnej mającej kształt dwóch stykających się ze sobą (w punkcie  $L_1$ ) kropel. Powierzchnia ta nosi nazwę *powierzchni Roche'a*. Powierzchnia Roche'a oddziela orbity okrężające każde z centrów niezależnie od orbit wspólnych dla obu centrów. Można powiedzieć, że powierzchnia Roche'a oddziela indywidualny obszar każdego centrum od obszaru wspólnego. Punkt  $L_1$  jest punktem granicznym między oboma obszarami indywidualnymi.

W astrofizyce bardzo ważną rolę odgrywa układ gwiazd zwany *ciasnym układem podwójnym*. Dla zrozumienia jego roli rozważmy układ dwóch gwiazd, na tyle bliskich sobie, by mogła być możliwa następująca konfiguracja: jedno z ciał jest bardzo zwartym obiektem, na przykład białym karłem, a drugie gwiazdą o dużych wymiarach, tak dużych, że wypełnia ona całe wnętrze swojej części powierzchni Roche'a. Wtedy w otoczeniu punktu  $L_1$  wystarczą bardzo nieznaczne siły zaburzające (na przykład siły przyływu) na to, by materia przelewała się do drugiej części powierzchni Roche'a. Tak więc łatwo sobie wyobrazić sytuację, w której przez punkt  $L_1$  przelewa się w kierunku białego karła strumień materii. Ze względu na to, że układ rotuje, materia ta niesie znaczną ilość momentu pędu i dlatego nie może swobodnie opaść na białego karła. Na skutek skomplikowanych procesów zderzeniowych gromadzi się ona w pierścieniowej strukturze dookoła białego karła zwanej *dyskiem*. Moment pędu niesiony przez dysk nie pozwala na spadanie materii na białego karła. Mechanizmem umożliwiającym przekazywanie momentu pędu od warstw wewnętrznych na zewnątrz dysku jest zjawisko zwane lepkością ścinania.

Jednakże jeśli materia w dysku jest w stanie równowagi termodynamicznej, to przekaz momentu pędu poprzez tarcie lepkie jest bardzo mały i ilość materii spadająca na karła jest znikoma. Tak więc materia będzie się powoli gromadziła w dysku. Na to, by mogła spaść na białego karła, potrzebny jest bardziej efektywny mechanizm transportu momentu pędu.



### Co na temat Leonarda da Vinci powinien wiedzieć

*każdy*: że namalował Mone Lize, *człowiek wykształcony*: że namalował Damę z lasiczką, Madonnę ze szczygłem i inne mniej ważne obrazy. Pamiętniki pisał lustrzanie, a wśród jego rysunków znajdują się projekty maszyn latających a także dość fałszywe wyobrażenia na temat budowy anatomicznej człowieka, *specjalista*: nie wiemy, nie jesteśmy specjalistami.

Lepkość ścinania (zwana czasami tarciami wewnętrznymi) spowodowana jest wymianą cząsteczek między sąsiednimi, poruszającymi się z różnymi prędkościami warstwami gazu. Cząsteczki warstwy szybszej, przechodząc w wyniku ruchu cieplnego do warstwy wolniejszej zwiększają średni pęd cząsteczek tej warstwy. Jednocześnie cząsteczki przechodzące do warstwy szybszej powodują jej zwolnienie. W analogiczny sposób w wirującym gazie może być przekazywany moment pędu.

Zjawisko turbulencji występuje w układach o dużej liczbie stopni swobody. Jak wiemy, układy takie dążą do stanu równowagi termodynamicznej. Jeśli jednak w układzie pojawi się niestabilność (wywołana np. istnieniem dużych zmian gęstości, prędkości czy ciśnienia), to fluktuacje narastają i układ dochodzi do stanu o wysokim poziomie tych fluktuacji. Stan taki nosi nazwę stanu turbulentnego w odróżnieniu od stanu spokojnego (laminarnego). Najbardziej znanym przykładem ruchu turbulentnego jest zjawisko turbulencji hydrodynamicznej. Występuje ono często w instalacji wodociągowej i powoduje hałaśliwe drgania rur. W przepływie turbulentnym ma miejsce silne mieszanie się płynu, wskutek czego wzrasta intensywność transportu pędu, domieszek, ciepła itp.

Mechanizm taki może być związany ze zjawiskiem turbulencji. Choć nikt nie może przeczyć istnieniu tego zjawiska, to dalecy jesteśmy jednak od pełnego ilościowego jego opisu. W szczególności cechą charakterystyczną turbulencji jest próg wyraźnie oddzielający stan laminarny od stanu turbulentnego. Mechanizm progowy jest w oczywisty sposób związany z nieliniowością równań. Do dzisiejszego dnia sprawą otwartą jest problem matematycznej struktury progu. Istnieje kilka konkurujących propozycji, ciągle jednak niewiele wiemy na temat powstawania i rozwoju turbulencji.

Wracając do naszego układu podwójnego, wyobrażamy sobie, że w pewnym (bliżej nieokreślonym) momencie, gdy materii w dysku nagromadzi się dostatecznie dużo, pojawi się niestabilność i dysk stanie się turbulentny. Transport momentu pędu od warstw wewnętrznych na zewnątrz dysku stanie się wtedy efektywny i duża porcja materii spadnie na białego karła. Spadkowi takiemu towarzyszyć będzie wydzielenie energii potencjalnej oraz ewentualnie jądrowej ze świeżo dostarczonego paliwa. Uwolnienie tej energii będzie widoczne jako silny rozbłysk. Mechanizm taki zdaje się dobrze tłumaczyć rozbłyski gwiazd tak zwanych *nowych karłowatych*. Podobne mechanizmy w układzie z bardziej masywnym centrum też odgrywają istotną rolę w zrozumieniu zjawisk astrofizycznych.

W ten sposób badając własności stosunkowo prostego i wyidealizowanego układu potrafimy zbudować model zjawisk pozornie bardzo odległych.

## Jak odkryć coś ciekawego na zdjęciu reakcji jądrowej

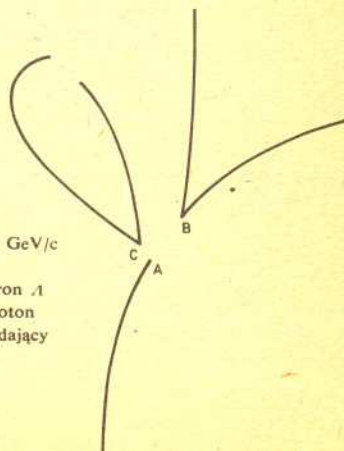
Cząstki elementarne mają, jak sądzimy, rozmiary nie większe niż  $10^{-13}$  cm. Ponieważ oddziaływania silne i słabe, w których cząstki te biorą udział mają zasięg działania również nie przekraczający  $10^{-13}$  cm, więc jedynie długozasięgowe oddziaływania elektromagnetyczne mogą być podstawą wszelkich metod detekcji cząstek. Wyciągamy stąd wniosek, że tylko cząstki obdarzone ładunkiem elektrycznym mogą pozostawiać bezpośrednio zauważalne ślady swej obecności. Cząstki obojętne nie są widoczne, a o ich istnieniu wnioskujemy na podstawie wywołanych przez nie reakcji, w których produkują się obserwowalne cząstki naładowane. Naładowana cząstka poruszająca się wewnątrz jakiegokolwiek materiału wywołuje jonizację znajdujących się w nim atomów i cząsteczek. Droga cząstki zostaje w ten sposób utrwalona na jakiś czas w postaci ciągu zjonizowanych atomów. Jeżeli materiałem detekcyjnym jest klisza fotograficzna, to po jej wywołaniu otrzymujemy fotografię toru cząstki. W innych detektorach wykorzystuje się zjawisko kondensacji pary przesyconej na zjonizowanych cząsteczkach, wrzenia cieczy przegrzanej, powstawania wyładowań elektrycznych w obszarach zjonizowanych, skoku oporności półprzewodników podczas przejścia naładowanej cząstki. W ten sposób możemy uzyskać obraz toru każdej cząstki obdarzonej ładunkiem. Przelatująca przez materiał detekcyjny cząstka traci stopniowo swą energię na jonizację sąsiednich atomów i po chwili zatrzymuje się. Im większa energia cząstki, tym dłuższy jej tor. Zależność między energią i długością toru znana jest dla wszystkich stosowanych detektorów i pozwala na wyznaczenie energii cząstek. Z drugiej strony im szybciej porusza się cząstka, tym mniej czasu spędza w otoczeniu pojedynczego atomu, a w konsekwencji tym mniejsze jest prawdopodobieństwo zajścia jonizacji. Jest to okoliczność szczególnie ważna dla klisz fotograficznych, w których można stosunkowo dokładnie mierzyć stopień jonizacji (grubość toru i liczbę przerw na nim). Umożliwia to wyznaczenie prędkości, a więc i pędu cząstki. Wszystkie podstawowe detektory cząstek dostarczają stosunkowo dokładnych informacji na temat energii i pędu cząstek. Znając zaś te dwie wielkości możemy ze związku  $m^2 = c^{-4}(E^2 - p^2c^2)$  obliczyć masę cząstki i sprawdzić w tablicach, czy przypadkiem nie odkryliśmy nowej. Pozostaje jeszcze sprawa wyznaczenia wartości ładunku i spinu cząstki. Kwestię tę pozostawmy specjalistom, a sami zajmijmy się pytaniem: jak odkryć coś ciekawego na zdjęciu reakcji jądrowej.

Pomaga w tym często przypadek. Pochodzące z promieniowania kosmicznego lub z akceleratora (przyspieszacza) cząstki od czasu do czasu wywołują reakcje w wystawionym na ich działanie detektorze, np. w kliszy. W reakcjach tych powstaje często kilkadziesiąt cząstek i typowe zdjęcie wygląda tak, jak na rysunku.

Przeglądając tysiące takich zdjęć natrafiono kilkadziesiąt lat temu na obraz, który zdaniem oglądającego kliszę nie był typowy (patrz rysunek).

Powstała litera V mogła być rezultatem reakcji rozpraszania niewidocznej cząstki obojętnej utworzonej w reakcji pierwotnej bądź też wynikiem rozpadu takiej cząstki. W tym drugim przypadku suma pędów cząsteczek tworzących V (produktów rozpadu) powinna celować w środek gwiazdy pierwotnej. Tak też i było. Postanowiono więc sprawdzić hipotezę istnienia nowej cząstki obojętnej rozpadającej się na dwie cząstki naładowane. Zaczęto przeglądać zdjęcia wybierając tylko takie, na których zauważono łatwo widoczne V. Na wybranych zdjęciach zmierzono długości torów i jonizację „produktów rozpadu” wyznaczając stąd energię i pęd cząstek. Jeżeli suma pędów nie była skierowana do środka gwiazdy, to zdjęcie odrzucano. W przeciwnym wypadku obliczano masę cząstki niewidocznej i masę cząstek tworzących literę V. Dla cząstek niewidocznych otrzymywano zawsze dwie jedynie wartości masy: ok. 1100 MeV oraz ok. 500 MeV. W pierwszym przypadku produktami rozpadu były zawsze proton (masa ok. 940 MeV) oraz mezon  $\pi$  (masa ok. 140 MeV), zaś w drugim dwa mezony  $\pi$ . Odkryto w ten sposób dwie nowe cząstki obojętne: hiperon  $\Lambda$  i mezon  $K^0$ .

Opisana historia liczy już sobie wiele lat. Od tego czasu metody przeglądania i pomiaru w znacznym stopniu zautomatyzowano. Jednak podstawowa idea nie uległa zmianie. Tyle tylko, że w historii współczesnej brak przygody owego badacza, któremu litera V wydała się nietypowa.



W punkcie A mezon  $\pi^-$  o pędzie 4 GeV/c oddziałuje z protonem w komórce pęcherzykowej dając w wyniku hiperon  $\Lambda$  (rozpadający się w punkcie B na proton i mezon  $\pi^-$ ) oraz mezon  $K^0$  (rozpadający się w punkcie C na  $\pi^+$  i  $\pi^-$ ).