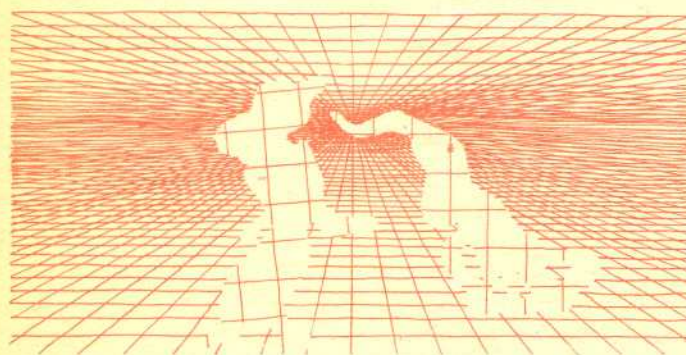
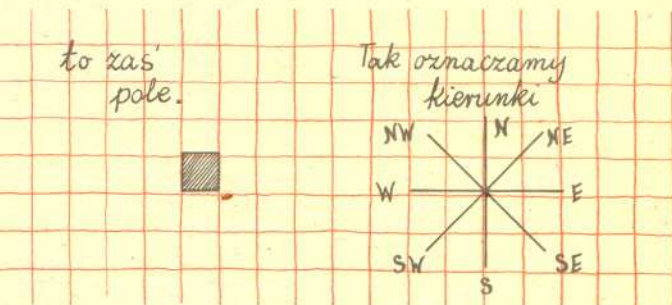


## Matematyka kartki pokratkowanego papieru

Przyjęło się, że zeszyt do matematyki powinien być w kratkę (no, z wyjątkiem geometrii...). Dlaczego? Pewnie dlatego, że w kratkach łatwo jest prosto wpisywać matematyczne znaczki. Łatwiej jest też równo pisać słupki...

W samym pokratkowanym papierze tkwi jednak wiele matematyki. Trzeba tylko kratki pobudzić do pracy. Wówczas podsuną nam wiele ciekawych zagadnień i pomysłów. Weź więc kartkę papieru w kratkę. Najpierw trzeba ustalić terminologię.

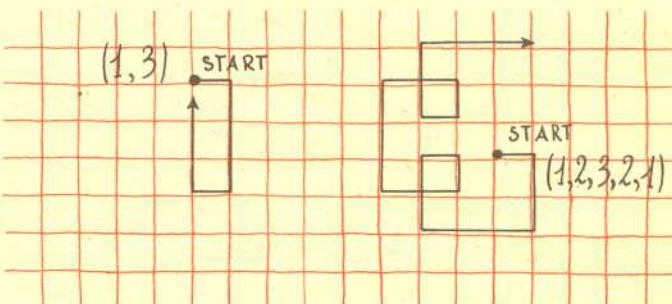
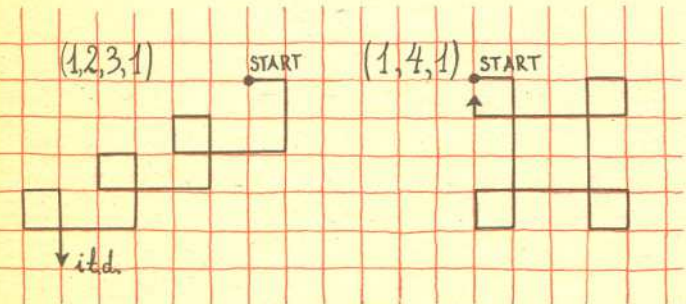


Zacznijmy coś rysować.

## LINIE ŁAMANE

Napijemy kilka liczb naturalnych, np (1, 2, 3, 1). Umówmy się, że każdy taki ciąg opisuje pewną drogę na kartce. Startujemy z dowolnego węzła i przesuwamy się kolejno na wschód, południe, zachód i północ (E, S, W, N) o tyle kratek, ile wskazuje odpowiednia liczba.

Z chwilą gdy wyczerpiemy wszystkie wyrazy ciągu, zaczynamy od początku. Ciekawsze jest, gdy ciąg nie ma czterech, lecz inną liczbę wyrazów np. ciągi (1, 4, 1), (1, 3), (1, 2, 3, 2, 1).



Jak widać z rysunków, czasem otrzymamy łamaną zamkniętą, czasem nie. Jak to poznać po danym ciągu liczbowym? Jeśli nie otrzymamy linii zamkniętej, to co można powiedzieć o otrzymanym wzorze? W ogóle, jak otrzymać całą łamaną na podstawie jednego cyklu odpowiadającego danemu ciągowi?



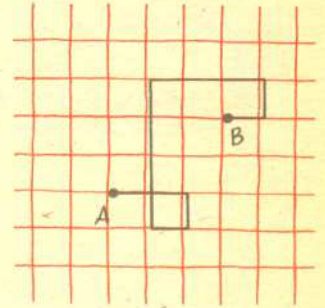
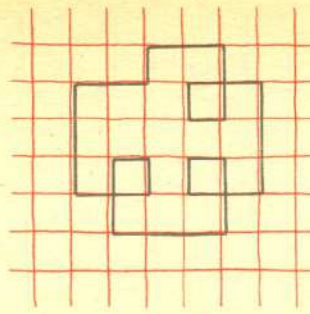
## A OTO INNE TEMATY DO SAMODZIELNYCH ROZMYŚLAŃ

Modyfikujemy warunki poruszania się. Podobnie jak poprzednio, kolejne odcinki drogi dyktują nam wyrazy ciągu liczb naturalnych. Podobnie też za każdym razem skręcamy w prawo. Mamy za to możliwość wyboru kierunku w pierwszym ruchu. Przeszliśmy w ten sposób drogę zaznaczoną obok. Z którego punktu wyruszyliśmy? Czy siedmiodcinkowe połączenie punktów A i B jest najkrótsze (wśród wszystkich połączeń siedmiodcinkowych)?

Możesz też pomyśleć o innych modyfikacjach. Można dopuścić także i ujemne liczby kroków (co oznaczać będzie przesunięcie się na wschód o  $-3$  kroki?). Jak wtedy odpowiedzieć na postawione pytania? A jak będzie w przypadku dopuszczenia wszystkich kierunków różny wiatrów?

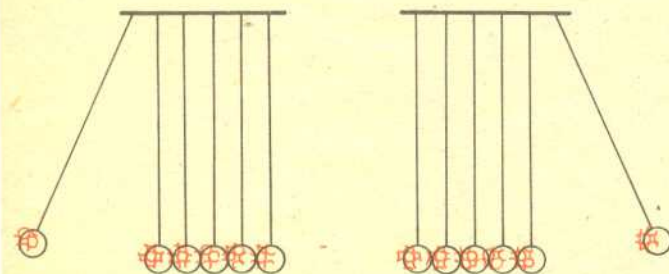
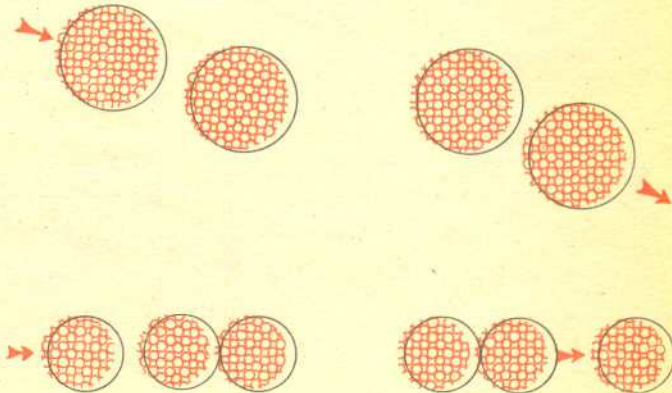
Przeprowadź badania. Napisz o ich wynikach. Czekam na Twoje listy. Na kopercie, pod adresem redakcji „Delta” nie zapomnij dopisać słów „Mała Delta”, lub mojego nazwiska

Jan WASZKIEWICZ



## Przekazywanie zderzeń na odległość

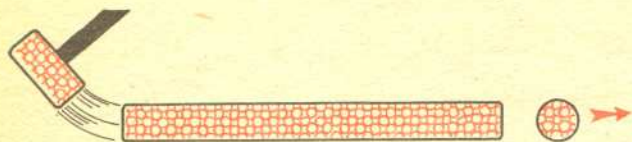
Na stole bilardowym można zaobserwować wcale nieoczywiste zachowanie się kul bilardowych podczas zderzenia. Uderzmy jedną z kul tak, by zderzyła się centralnie (tzn. by środek kuli poruszającej się celował w środek kuli nieruchomej) z inną spoczywającą kulą. Po zderzeniu pierwsza z kul zatrzyma się, a druga zostanie odbita z taką samą mniej więcej prędkością. Ustawmy teraz dwie kule tak, by stykały się ze sobą i następnie pchnijmy w ich kierunku trzecią, wzdłuż prostej łączącej środki wszystkich kul. Po zderzeniu kula ruchoma znów się zatrzyma, skrajna odskoczy, a środkowa nie poruszy się wcale. Tak, jakby jej udział w zderzeniu polegał tylko na poinformowaniu kuli skrajnej, że ma odskoczyć. Takie biernie pośrednictwo w zderzeniu może być zrealizowane przez więcej niż jedną kulę. Trzeba je tylko ustawić wzdłuż prostej i to tak, by stykały się ze sobą. Można też sprawdzić, że istota zjawiska nie ulega zmianie przy bardzo silnych nawet uderzeniach. Kule środkowe stale pozostają bierne.



Tego samego rodzaju zjawisko jest przyczyną bardzo ciekawego zachowania zderzających się wahadeł. Z kawałków cienkiej linki nylonowej oraz kilku identycznych kulek sprężystych (mogą być stalowe, z twardego drzewa albo twardego plastyku) należy przygotować kilka takich samych wahadeł. Zawieśmy na czymś solidnym dwa wahadła, tak by ledwo stykały się ze sobą. Odchyłmy jedno z nich w płaszczyźnie wyznaczonej przez oba. Wtedy, po zwolnieniu, kulka odchylnego wahadła uderzy centralnie w kulkę nieruchomą i zaobserwujemy ciekawą odmianę doświadczenia wykonanego poprzednio na stole bilardowym. Rozpędzona kulka zatrzyma się, a nieruchoma odskoczy, wykona pół wahnięcia i uderzy w nieruchomą już kulkę pierwszą.

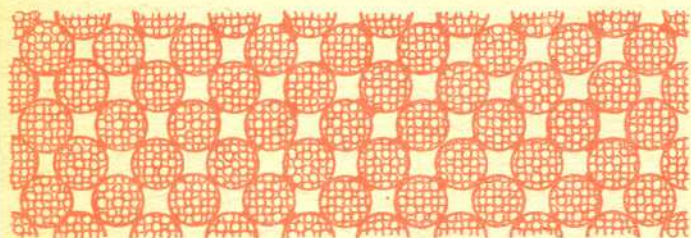
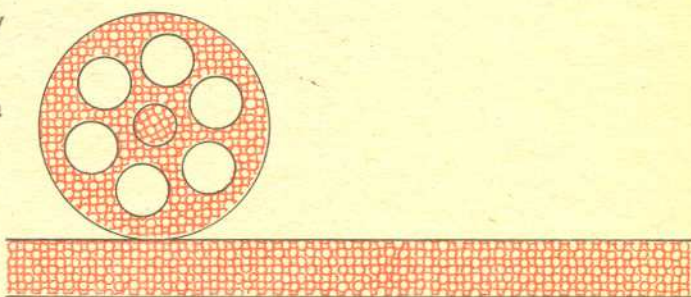


Zjawisko powtórzy się, tyle że z zamienionymi rolami kulek: zatrzyma się druga, a odskoczy pierwsza. I tak dalej, na zmianę. Jeżeli zamiast dwóch zawiesimy cały szereg wahadeł (muszą wisieć równoległe w tej samej płaszczyźnie, a kulki muszą się stykać), to wahać się będą na zmianę jedynie kulki skrajne. Środkowe znów będą grać rolę nieruchomych przekaźników zderzeń.



Ponieważ kulki środkowe wcale się nie ruszają, więc nie stoi na przeszkodzie, żeby je ze sobą stałe połączyć. Otrzymamy w ten sposób przyrząd służący do przekazywania zderzeń na odległość. Łatwo sprawdzić, że trwale połączone kulki rzeczywiście spełniają bez zarzutu taką funkcję. Uzyskany przekaźnik zderzeń wydaje się jednak dosyć niepraktyczny. Czyżby nie istniały prostsze? Oczywiście istnieją.

Weźmy ciężki metalowy pręt albo kawałek szyny i połóżmy go tak, by jednym końcem dotykał czegoś lekkiego (dobra będzie znów kula bilardowa). W drugi koniec szyny uderzmy młotkiem dość silnie, nie na tyle jednak, by szyna poruszyła się. Po uderzeniu przedmiot na drugim końcu szyny odskoczy, a sama szyna znów spełni rolę biernego przekaźnika uderzenia. Przy dłuższych szynach, mocniejszych uderzeniach i dokładniejszych obserwacjach okazałoby się, że dźwięk wywołany uderzeniem wędruje z pewną prędkością wzdłuż szyny i dochodzi do jej końca razem z informacją o uderzeniu. Wyciągamy stąd wniosek, że zarówno rozchodzenie się dźwięku jak i przekazywanie tej informacji są wywołane tym samym procesem zachodzącym wewnątrz szyny.



Co takiego jednak dzieje się wewnątrz szyny? Przecież nie przypomina ona w niczym układu stykających się kulek. Otóż nieprawda. Według współczesnych poglądów wszystkie metale składają się z takich tylko atomów, które najlepiej czują się w postaci kulistej i gubią wszystkie te elektrony, które zniekształcają tę postać (uwolnione elektrony poruszają się prawie swobodnie wewnątrz kawałka metalu i są przyczyną wyjątkowo dobrego przewodnictwa elektrycznego i cieplnego metali.).

Pozostałe idealnie już kuliste fragmenty atomów (tzw. jony) tworzą bardzo regularną siatkę krystaliczną. W takiej siatce miliardy mikroskopijnych identycznych kuleczek atomowych wypełniają przestrzeń metalu możliwie jak najgęściej. Jak łatwo się przekonać, takie gęste upakowanie składa się z konieczności z wielu szeregów kul stykających się i leżących na prostej. A to już dokładnie odpowiada sytuacji z doświadczenia z kulami bilardowymi. Kuleczki atomowe zachowują się więc prawie zupełnie biernie, przenosząc jedynie z ogromną szybkością wywołany uderzeniem w kawałek metalu impuls wraz z towarzyszącym mu efektem dźwiękowym. Jak widzieliśmy w poprzednich doświadczeniach z kulami, przenoszenie takie jest wyjątkowo skuteczne, praktycznie bez strat. Dlatego właśnie metale są wyjątkowo dobrymi „przewodnikami” dźwięku. Łatwo się o tym przekonać przykładając ucho do szyn kolejowych i rejestrując zbliżanie się pociągu grubo wcześniej niż można go usłyszeć normalnie.

