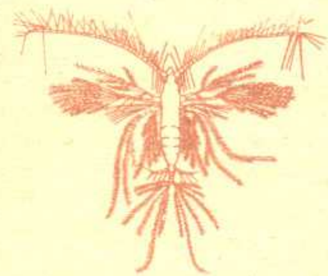
mała delta

Płynność wody

Woda wydaje nam się bardzo miękka. Jest tak dlatego, że, jak każda ciecz, zmienia łatwo swój kształt i przy próbach ściśnięcia jej w garści bez trudu prześlizguje się między palcami. Jednak naprawdę wody ścisnąć się nie da. Łatwo się o tym przekonać usiłując ścisnąć wypełniony nią woreczek plastikowy. Dobrze wiemy, że dolanie do wiadra dziesięciu litrów wody zwiększy objętość wody w wiadrze o dziesięć właśnie litrów. Dolne warstwy nie ulegają więc zgnieceniu. Pomimo, iż dolana woda waży aż dziesięć kilogramów. Zamiana dziesięciu kilogramów na dziesięć ton także nic nie daje. Nawet tak silnie obciążona woda nie chce zmienić swojej objętości. Nieściśliwość wody powoduje, że w niektórych sytuacjach powierzchnia jej okazuje się wyjątkowo twarda. Kamień tonie w niej bez trudu, ale odpowiednio rzucony (i płaski) odbija się kilkakrotnie od lustra wodnego w stawie. Twardość wody odczuwa też pływak skaczący z trampoliny, gdy nie uda mu się przyjąć odpowiedniej pozycji. Spróbujcie zresztą uderzyć mocno otwartą dłonią (na płask) w powierzchnię wody w wannie...

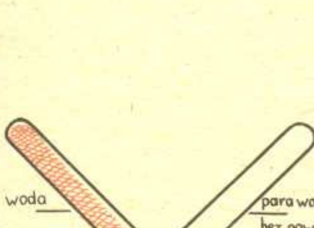
Kontrast między miękkością i twardością wody można łatwo wytłumaczyć. Po prostu woda zmienia swój kształt stosunkowo powoli i zmiany te nie mogą nadążyć za gwałtownymi uderzeniami o powierzchnię. Zjawisko to zachodzi również pod wodą, chociaż trudniej je zaobserwować. Na przykład przy szybkich obrotach śruby okrętowej za łopatkami tworzy się próżnia, która następnie jest wypełniana przez wodę tak, że wywołane tym uderzenia powodują znaczny hałas będący świadectwem gwałtowności tych uderzeń. W celu zabezpieczenia łopatek przed zniszczeniem, śruby okrętowe robi się ze specjalnego rodzaju stopów.



Hałas wywołany uderzeniami wody możemy też słyszeć w czasie gotowania wody w czajniku. W miarę zwiększania temperatury w wodzie pojawia się coraz więcej drobnych pęcherzyków pary, które natychmiast zostają zgniecione, czemu towarzyszy zderzanie się warstw wody ze sobą. W pewnej temperaturze powstające pęcherzyki mają na tyle dużą prężność, że nie dają się już zgnieść i swobodnie wypływają na powierzchnię. Woda wrze, a charakterystyczny hałas ustaje na rzecz bulgotania.

Niszczące uderzenia wody zmuszają do stosowania w instalacjach wodnych odpowiednich zabezpieczeń. Z tego powodu krany wodne mają tak złożoną i solidną budowę. Zamknięcie wody prostym kurkiem używanym przy maszynkach gazowych groziłoby niebezpieczeństwem złamania kurka przez rozpędzony strumień wody.

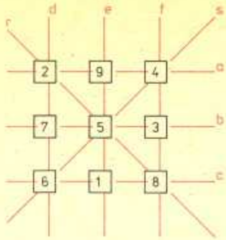
Prócz swej miękkości, woda wydaje się być bardzo rozciągliwa. W każdym razie łatwo dzieli się na kawałki i stosunkowo łatwo tworzy niewielkie krople. Jednak rozciągliwość i łatwość dzielenia to wcale nie to samo. Biorąc pod uwagę nieograniczone możliwości wody przy zmianach jej kształtu, nie wydaje się proste stwierdzenie, czy wodę łatwo czy też trudno rozciągnąć. Trzeba by uformować bardzo długą kroplę i sprawdzić, czy może ona pod własnym ciężarem wydłużyć się bądź pęknąć. Takie warunki można stworzyć w szklanych rurkach laboratoryjnych (patrz rysunek) i uzyskać nawet trzydziestocentymetrowe wiszące słupki wody. Możliwość utrzymania takiej wiszącej „kropli", jedynie przez siły spajające wodę, świadczy o tym, że nie jest ona wcale rozciągliwa. W warunkach normalnych trudno jednak to stwierdzić z powodu wspomnianej wyjątkowej „kruchości" wody.



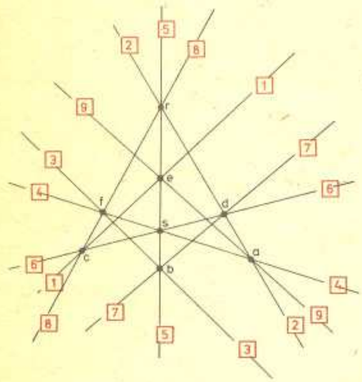
Tak więc woda jest miękka i twarda zarazem, a oprócz tego krucha i płynna, choć nierozciągliwa. Jeśli dodamy, że spełnione są dla niej prawa Archimedesa i Pascala, co czyni ją podobną do gazów, to łatwo uwierzymy, że całkiem niezwykła z niej substancja.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

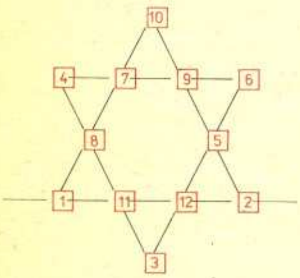
Rys. 1



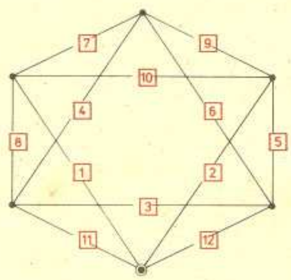
Rys. 2. Mamy 9 punktów, ponumerowanych od 1 do 9, oraz 8 prostych oznaczonych przez *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *r*, *s*. Prosta *r* przechodzi przez punkty 2, 5, 8, prosta *a* przechodzi przez 2, 9, 4, prosta *b* przechodzi przez 7, 5 i 3 i tak dalej. Suma liczb wzdłuż każdej prostej jest równa 15.



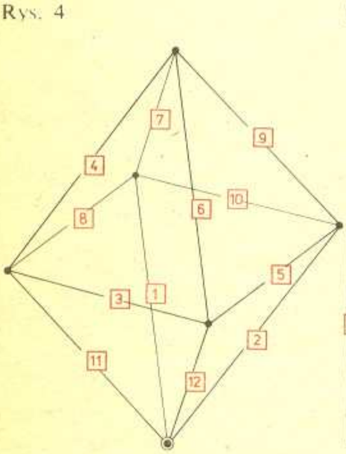
Rys. 3. Mamy 9 prostych, ponumerowanych od 1 do 9 oraz 8 punktów oznaczonych przez *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *r*, *s*. Punkt *r* leży na prostych 2, 5, 8, punkt *a* leży na prostych 2, 9, 4, punkt *b* leży na prostych 7, 5 i 3 ... i tak dalej.



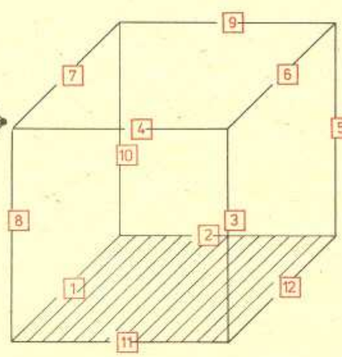
Rys. 4



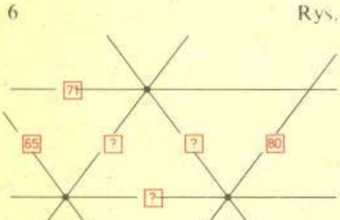
Rys. 5



Rys. 6



Rys. 7



Rys. 8

Figury magiczne i dualne

Czy umiecie ustawić liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, w kwadrat magiczny? Spójrzcie na rysunek 1. Suma liczb w poziomych rzędach jest zawsze równa 15. Tyle samo wynosi suma liczb położonych jedna pod drugą. I wreszcie na ukos też: $2+5+8 = 6+5+4 = 15$. To właśnie znaczy, że kwadrat jest magiczny. Inaczej narysowane jest to na rysunku 2. A co widzimy na rysunku 3? Czy suma liczb na prostych wychodzących z jednego punktu jest zawsze równa 15? Czy trzeba to sprawdzić, czy wynika to z pewnego podobieństwa figur z rys. 2 i 3?

Na czym polega to podobieństwo? Na tym, że są to figury *dualne*. Proste zostały zastąpione przez punkty, punkty przez proste — ale nie zmieniła się relacja „leżenia na" (lub *incydencji*, jak mówią matematycy). Odpowiedź na postawione kilka wierszy temu pytanie (czy trzeba to sprawdzać?) jest oczywiście twierdząca. Ale możemy to sformułować w postaci bardzo mądrze wyglądającego twierdzenia

Figura dualna do magicznej jest znów magiczna,

albo już nadzwyczaj mądrze

Magiczność jest niezmiennikiem dualizacji.

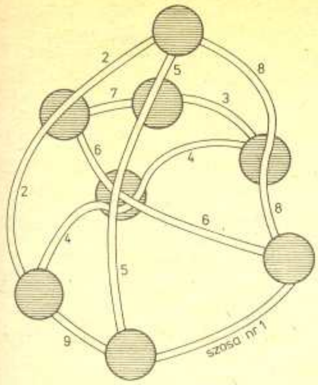
Pobawmy się dalej w dualizowanie. Na następnym rysunku dwanaście liczb zostało ustawionych w 6 rzędach po 4 w każdym i suma liczb w każdym rzędzie jest równa 26. Mamy więc taką gwiazdę magiczną. Jak wygląda figura do niej dualna? Ma ona 12 prostych, 6 punktów ich przecięcia — w każdym punkcie schodzą się po 4 proste; a suma liczb na prostych wychodzących z każdego z punktów jest równa 26. Przekonajcie się, że figura na rysunku 5 jest właśnie taka. Dlaczego dolny wierzchołek został narysowany trochę inaczej? Odpowiedź: bo dolna linia na rysunku 4 też.
Gdyby zależało nam, aby wszystkie punkty przecięcia prostych naszej figury były punktami figury dualnej, musielibyśmy ustawić wszystko w ośmiościan (rys. 6). Znów jest on magiczny: sumy liczb na krawędziach wychodzących z każdego z wierzchołków są zawsze 26. Ośmiościan nasz ma jednak jeszcze (jak każda bryła) i ściany. Jaka jest wobec tego bryła do niej dualna? To się robi tak: zamieniamy ściany na wierzchołki, a wierzchołki na ściany. Krawędzie zostają krawędziami. Nie możemy tylko zmienić stosunków rodzinnych panujących na naszej bryle. Aby to ująć prosto, umówmy się, że zamiast mówić punkt leży na prostej, wierzchołek leży na krawędzi, krawędź leży na ścianie, ściana zawiera wierzchołek, krawędź zawiera wierzchołek itp., będziemy mówili: są *incydentne*. A zatem przy dualizacji

jeżeli dwie rzeczy są incydentne przed, to i po.

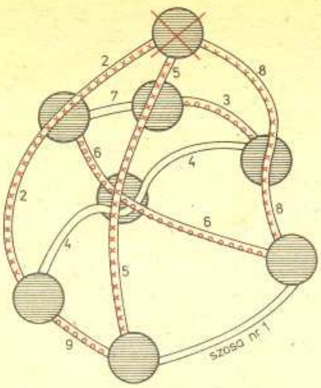
Albo mądrze

Incydencja jest niezmiennikiem dualizacji.

Przekonajcie się, że bryłę dualną do ośmiościanu z rysunku 6 widzicie na rysunku 7. Jest to po prostu sześcian. Na czym polega jego „magiczność"? Dlaczego zacieniowaliśmy dolną podstawę?
Spójrzcie na rysunek 8. Czy potraficie wpisać w kółka liczby takie, by przy każdym wierzchołku liczba w kwadracie była sumą liczb w kołach?



Rys. 9

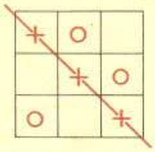


Rys. 10

Czy potraficie, czy nie, zajrzyjcie do Małej Delty 1/1979, albo sami napiszcie zadanie dualne do tego, które tu postawiliśmy.

A na zakończenie zagrajmy w taką oto nieskomplikowaną grę: 9 szos łączy 8 miast tak, jak pokazuje to rysunek 9. Każdy z dwóch graczy w kolejnym ruchu blokuje poszczególną drogę na całej jej długości, np. kolorując ją swoim kolorem. Wygrywa ten, kto pierwszy zablokuje trzy drogi przechodzące przez jedno miasto (rys. 10). Co wspólnego ma ta gra z tematem dzisiejszej Małej Delty? Jeśli nie wiecie, to dla odprężenia zagrajcie w „szubienicę" (rys. 11).

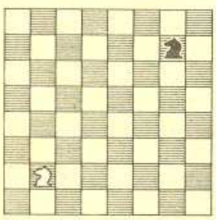
Małą Deltę opracowali Michał SZUREK i Michał ŚWIĘCKI.



Rys. 11

Zadania

Reaguje mgr Krzysztof S. NOWIŃSKI



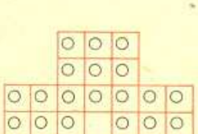
Ruch białych

M 238. W równości $\frac{1679616}{176855} = 6+\frac{6}{5}+\frac{36}{31}+\frac{1296}{1141}$ możemy, zaczynając od lewej strony, ścierać plusy i zastępować je znakami mnożenia a równość pozostanie prawdziwa. Znaleźć następny składnik b_4 taki, aby wyrażenie $b_0+b_1+b_2+b_3+b_4$ $\left(b_0 = 6,\ b_1 = \frac{6}{5},\ b_2 = \frac{36}{31}\ \ b_3 = \frac{1296}{1141}\right)$ miało też tę własność (sz).

Rozwiązanie na str. 5

M 239. Każdą grę można „zdualizować", nie zmieniając przepisów, a przestawiając tylko pojęcie „wygranej" i „przegranej" i niekiedy w taką „dualną" grę da się sensownie grać. Jeżeli w szachach wprowadzimy przymus bicia, zniesiemy „szach" i umożliwimy bicie króla oraz uznamy za zwycięzcę gracza, który pozwolił sobie wybić wszystkie figury, otrzymamy całkiem nietrywialną grę „*wybitkę*". Dla kogo jest wygrana końcówka, widoczna na rysunku obok? (sz).

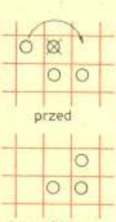
Rozwiązanie na str. 8



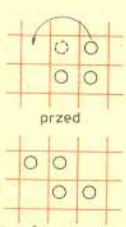
Plansza i początkowe położenie pionków

M 240. W znanej pod nazwą *samotnik* łamigłówce należy, zbijając kolejne pionki tak, jak to przedstawia rys. 1, doprowadzić do sytuacji, w której w środku planszy stoi samotny pionek. Pokazać, że rozwiązanie tej łamigłówki „od końca", czyli od pojedynczego pionka, przez dostawianie kolejnych pionków tak, jak to przedstawia rys. 2 nie jest istotnym ułatwieniem.

Rozwiązanie na str. 7



Rys. 1



Rys. 2

Redaguje doc. dr Michał ŚWIĘCKI

F 81. Natężenie pola elektrycznego zmodulowanej amplitudowo fali elektromagnetycznej zmienia się według zależności:

$$E = A(1+\cos\Omega t)\sin\omega t$$

gdzie: A — stała, t — czas, $\Omega = 4{,}0\cdot 10^{14}\mathrm{s}^{-1}$, $\omega = 3{,}0\cdot 10^{15}\mathrm{s}^{-1}$.

Fala ta pada na fotokomórkę. Znaleźć maksymalną energię elektronów uwalnianych z fotokatody potasowej (praca wyjścia $W = 2{,}15$ eV).

T. Tratkiewicz

Rozwiązanie na str. 6