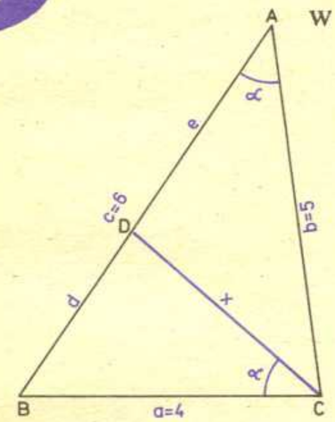
mała delta

Podwojone kąty w trójkątach



Czy można zbudować trójkąt, którego boki są liczbami całkowitymi, a jeden z kątów jest dwa razy większy od drugiego? Można. Spójrz na trójkąt o bokach 4, 5, 6. Jeśli poprowadzimy w tym trójkącie odcinek CD tak, jak to narysowano, wówczas trójkąty BDC i BCA są podobne (dlaczego?). Zatem

$$\frac{d}{4} = \frac{4}{6}, \quad \text{czyli} \quad d = \frac{8}{3}, \quad \text{a więc} \quad e = 6-d = \frac{10}{3}.$$

$$\text{Ale} \quad \frac{x}{4} = \frac{5}{6}, \quad \text{więc} \quad x = \frac{10}{3}.$$

Ponieważ $x = e$, więc trójkąt ADC jest równoramienny, kąt ACD równy jest α, czyli kąt ACB jest 2α. Badany trójkąt jest więc taki, o jaki nam chodziło.
Dokładnie tak samo można zbadać, czy w danym trójkącie któryś z kątów jest podwojeniem innego.
Boki nie muszą przy tym być całkowite. Sprawdź, który z kątów w trójkątach o bokach 28, 33, 16 i 9, 7, 12 jest podwojeniem innego. A w trójkącie 3, 4, 5?
Takie sprawdzanie jest mało ciekawe. Ciekawsze jest znalezienie własnego przykładu. Popróbuj.
A czy potrafisz odpowiedzieć na pytania:

1) Czy istnieje trójkąt prostokątny o żądanej własności?
2) A trójkąt równoramienny?
3) Czy któryś z boków „dobrego" trójkąta może być równy 1? A 2 lub 3?
4) Czy można zbudować „dobry" trójkąt, którego jeden z boków równy jest z góry zadanej liczbie naturalnej (większej od 3)?
5) Przeprowadzając rachunek „na literach" (oznaczenia jak wyżej) dowiadujemy się, że w każdym trójkącie spełniającym dany warunek zachodzi związek

$$c^2 - a^2 = a \cdot b.$$

Czy każda trójka liczb naturalnych o tej własności wyznacza „dobry" trójkąt?
Pokombinuj i prześlij nam wyniki swoich przemyśleń.
Uwaga! Na kopercie adresowanej do redakcji Delta dopisz Mała Delta. Czekam.

Dziwne ybzcil

113797 jest liczbą pierwszą i pozostanie taką, gdy przeczytamy ją wspak: 797311. Obie jej trzycyfrowe grupy 113 i 797 są liczbami pierwszymi (czytane wspak także). Możemy zamienić 113 na 131 i wszystko będzie tak samo: 131797 i 797131 są pierwsze.
Wbrew pozorom jest dużo liczb o podobnych własnościach.

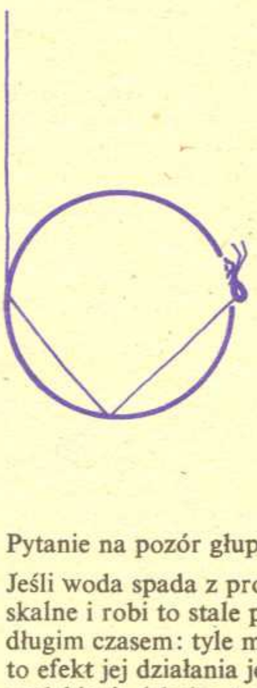
•

Równość $651 \cdot 156 = 372 \cdot 273$ nie zmieni się, gdy przeczytać ją wspak $372 \cdot 273 = 651 \cdot 156$.

•

Między liczbami pierwszymi 4652353 i 4652507 nie ma żadnej innej liczby pierwszej. Jest to największy znany odstęp między kolejnymi liczbami pierwszymi.

Czy przyroda używa narzędzi?



Pytanie na pozór głupie. A jednak...

Jeśli woda spada z progu wodospadu o wysokości kilku metrów na lite podłoże skalne i robi to stale przez 50 000 lat (co w geologii jest takim sobie — niezbyt długim czasem: tyle mniej więcej trwa typowy zimny okres epoki lodowej), to efekt jej działania jest na ogół mizerny — powstanie płytkie, szerokie zagłębienie (chyba, że skała pod wodospadem jest rozpuszczalna w wodzie, na przykład jest to wapień — ale to już inna historia). Jeśli jednak koryto potoku za wodospadem zwęża się, albo wodospad wlewa się w szczelinę lodowca, tak że pod spadającą wodą powstaje wir, i jeśli w ten wir dostaną się kamienie — efekt będzie radykalnie różny. Kręcące się w wirze kamienie atakują skałę tak skutecznie, że w ciągu tego samego czasu potrafią wywiercić studnię kilkumetrowej głębokości. Studnie takie, zwane marmitami, można w Polsce obserwować na przedgórzu Sudetów: w Karpaczu w potoku Łomnica oraz w Szklarskiej Porębie w potoku Kamienna.

Mamy tu więc klasyczny świder wiertniczy, i to skrzyżowany z młynem, bo równocześnie kamienie obtaczają się w bardzo zgrabne kule, które czasem bywają znajdowane na dnie marmitów. Działa to wprawdzie bardzo powoli i w zupełnie niewiadomym celu, ale na tej samej zasadzie, co odpowiednie urządzenia zbudowane przez ludzi.

Lodowiec sunący dnem doliny górskiej żłobi swoje podłoże ze znaczną siłą, lecz powoduje to szybkie pogłębianie doliny tylko wtedy, gdy wyścielają ją luźne materiały: głazy, żwiry, pokruszona skała. Litą skałę lód lodowca poleruje i ściera w stosunkowo powolnym tempie. Lód ten niesie jednak w sobie liczne głazy, które spadły na powierzchnię lodowca z otaczających go ścian skalnych, a następnie dostały się w pobliże dna, np. wskutek wpadnięcia do szczeliny. Głaz, wmarznięty od spodu w płynący lód, potrafi rozorać litą skałę rowem głębokim na kilkanaście centymetrów. Rowki takie, na skałach wygładzonych lodowcem, można obserwować w Tatrach, np. na progu Czarnego Stawu nad Morskim Okiem albo w Dolinie za Mnichem.
Rozorać, napisaliśmy — i nieprzypadkowo. Czy nie jest to coś w rodzaju pługu? Albo łopaty, czy, wraz z lodowcem, spychacza? Powolny wprawdzie, ale za to jakże skuteczny! 400 tysięcy lat wystarczy, aby wyorać dolinę głęboką na 200—300 m, i to w twardych skałach.

Co może zrobić ze skałą wiatr? Proszę nie pukać się w czoło. Jeśli wiatr niesie wyłącznie czyste powietrze — to rzeczywiście nic. Jeśli jednak skała stoi wśród piaszczystej pustyni, wiatr stale niesie piasek, zaś od czasu do czasu, gdy jest silny, podrywa na niewielką wysokość nawet drobne kamyki. Wydaje się Wam może, że uderzenia ziarnkami piasku są delikatną pieszczotą nie dającą trwałych skutków? Jeśli ktoś z Was miał okazję znaleźć się na plaży lub na dużym polu suchego śniegu podczas silnego wiatru, mógł się przekonać, że dotkliwie kłujące w skórę uderzenia ziarenek piasku lub kryształków śniegu wcale nie są pieszczotliwe. Jeśli więc uderzana nimi powierzchnia nie jest zbyt twarda, np. jest to piaskowiec wystawiony pod wiatr brzegami warstw, wystarczy kilkaset tysięcy lat takiej działalności, aby skała została „nadgryziona" w widoczny sposób. Jeśli samotna skała piaskowcowa jest zbudowana tak, że jej górna część składa się z warstw twardych (które są na ogół grube), zaś dolna — z miękkich (na ogół cieńszych), to dolna część skały, mniej odporna i silniej szlifowana piaskiem, będzie niszczona szybciej niż górna — i powstanie coś w rodzaju grzyba z korzeniem i kapeluszem. Pięknie wykształcone grzyby skalne można zobaczyć w paśmie Gór Stołowych w Sudetach, niedaleko Kudowy. Co prawda powstały one dzięki kruszeniu skały przez zamarzającą i rozmarzającą wodę, ale dobrze naśladują kształt „prawdziwych" grzybów skalnych.
Tu narzuca się porównanie niesionego przez wiatr piasku ze szlachetniejszym narzędziem — dłutem rzeźbiarskim. Uprawiana przez przyrodę twórczość należy niewątpliwie do sztuki abstrakcyjnej, lecz tu przynajmniej rozumiemy proces tworzenia.

Istnieje teoria (nie, bynajmniej nie fizyczna ani nie biologiczna), która mówi, że właśnie dzięki używaniu narzędzi drogi ewolucyjne gatunku ludzkiego i gatunku małp człekokształtnych rozeszły się. Innymi słowy, używanie narzędzi ukształtowało istotę myślącą. Czy to znaczy, że przyroda jest istotą myślącą? Zostawmy odpowiedź na to pytanie zwolennikom wspomnianej teorii, do których autor nie należy. Niech męczą się sami.

My spróbujmy odpowiedzieć na inne pytanie. Przecież woda spadająca wodospadem ma taką samą energię niezależnie od tego, czy w wirze są kamienie, czy nie. Dlaczego więc skutki są w obu przypadkach tak jaskrawo różne? Lodowiec bez kamieni ma ten sam praktycznie ciężar i porusza się z taką samą prędkością, jak lodowiec z wmarzniętymi głazami. Dlaczego głazy szorują o tyle skuteczniej? Energia wiatru nie zależy od tego, czy niesie on piasek, czy nie. Czemu więc sam wiatr nie potrafi rzeźbić?

Myślę, że będziecie umieli sami to wyjaśnić, jeśli wykonacie dwa proste eksperymenty:

1. Spróbujcie oskrobać marchewkę... gołą dłonią. Śmieszny pomysł co? Jedynym wynikiem tej próby będzie ubrudzona ręka i nieco oczyszczona marchew. A teraz zróbcie to samo nożem, choćby i tępą stroną. Wcale nie jest potrzebna większa siła. Co Wam to mówi? A co by było, gdyby trzonek noża był tak samo płaski jak ostrze i gdybyście przy skrobaniu musieli naciskać na jego ostrą krawędź?

2. Spróbujcie wbić gwóźdź w deskę gołą ręką... Brr, lepiej nie próbujcie. A teraz młotkiem — z tą samą siłą. Co Wam to mówi?

A może znacie więcej przykładów narzędzi, których używa przyroda?

Małą Deltę opracowali: Andrzej KRASIŃSKI i Jan WASZKIEWICZ