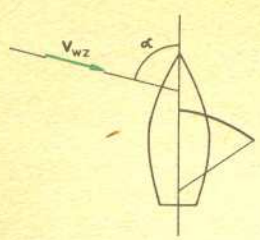
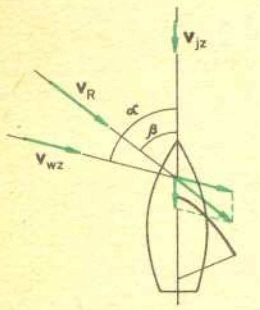
Siły bezwładności

Dr Andrzej KRASIŃSKI

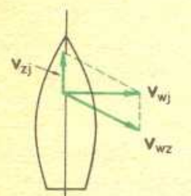


a)

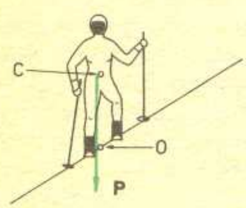


b)

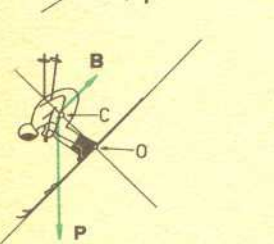
Rys. 1. Wiatr rzeczywisty na jachcie: a) Jacht stoi w miejscu, kierunek wiatru łapanego w żagle tworzy z osią jachtu kąt α; b) Jacht płynie, Ziemia porusza się względem jachtu z prędkością v_{jz}, wiatr łapany w żagle ma prędkość v_R, jego kierunek tworzy z osią jachtu kąt $\beta < \alpha$. Żagiel trzeba wybrać, aby pracował prawidłowo.



Rys. 2. Nieprawidłowy sposób wyznaczania kierunku i prędkości wiatru rzeczywistego. Wektory v_{zj} i v_{wz} są mierzone w układzie związanym z Ziemią, ich suma nie opisuje więc żadnego efektu w układzie związanym z jachtem.



a)



b)

Rys. 3. Równowaga narciarza. a) Narciarz stoi — siła ciężkości P ma zerowy moment względem punktu O przy pionowej pozycji ciała. Pozycja pionowa jest pozycją równowagi. b) Narciarz rozpędza się, siła bezwładności B skierowana równolegle do powierzchni stoku i przyłożona w środku masy ma różny od zera moment względem punktu O, zatem dla zachowania równowagi narciarz musi pochylić się do przodu, aby wytworzyć moment siły P względem O.

Istnieje w przyrodzie wiele zjawisk, których obserwowany przebieg, czasem nawet samo ich istnienie, zależy od sposobu dokonywania obserwacji. Mówimy wtedy o względności danego zjawiska. Termin „względność" kojarzy się nam zwykle z teorią względności Einsteina, która wyrosła ze stwierdzenia i systematycznego prześledzenia względności wszelkich form ruchu oraz towarzyszących mu efektów. Względność rozmaitych pojęć i zjawisk można jednak obserwować na znacznie mniej abstrakcyjnym poziomie w życiu codziennym. Zajmiemy się tu jednym zjawiskiem względnym, spotykanym bardzo często, lecz mimo to sprawiającym czasem pewne trudności interpretacyjne, a mianowicie siłami bezwładności.

Ludziom próbującym przeniknąć ich istotę pewien kłopot sprawia czasem fakt, że w niektórych układach odniesienia siły te po prostu nie istnieją. Zacznijmy więc od wskazania innych zjawisk życia codziennego, które ujawniają się tylko w wybranych układach odniesienia. Jednym z bardziej swojskich jest wiatr. Podczas bezwietrznej pogody (a więc gdy powietrze nie porusza się względem Ziemi), nie odczuwamy żadnego podmuchu stojąc nieruchomo (względem Ziemi). Wystarczy jednak wsiąść na rower, aby poczuć wiatr wiejący w układzie związanym z jadącym rowerem — przy szybkiej jeździe z góry potrafi on nawet zerwać czapkę z głowy. Turyści piesi znają inny efekt świadczący o realnym istnieniu owego „pozornego" wiatru. Człowiek idący dłuższy czas równym tempem i z jednostajnym wysiłkiem przez nieruchome (względem Ziemi) powietrze jest owiewany stałym delikatnym (względnym) podmuchem, który odprowadza ciepło wydzielające się z ciała podczas pracy mięśni. Organizm przyzwyczaja się dość szybko do tych warunków termicznych i odpowiednio do nich reguluje tempo pocenia się. Jeśli jednak po dłuższym marszu turysta zatrzyma się, w ciągu pierwszych kilku minut, zanim organizm przestawi się na nowy reżim cieplny, biją na niego „siódme poty".

Względność wiatru jest też dobrze znana żeglarzom. W rozpędzającym się jachcie, płynącym po linii prostej, wiatr odczuwany przez załogę i rzeczywiście „łapany w żagle" stopniowo zmienia kierunek względem jachtu: wieje pod coraz ostrzejszym kątem od dziobu (chyba, że wiał cały czas dokładnie od rufy).

Wiatr „pozorny" (względny) jest tu dodatkową składową obserwowanego (z jachtu) wiatru „rzeczywistego".

Przyjmijmy, że Czytelnicy oswoili się już z faktem, iż zjawiska nie istniejące dla jednego obserwatora mogą być wyraźnie obserwowane przez innego. Podkreślmy teraz inną ważną cechę wielkości względnych: przy ich opisywaniu należy cały czas pamiętać, w jakim układzie odniesienia dokonujemy opisu. Pomylenie układów odniesienia i kombinowanie ze sobą w nieprawidłowy sposób wielkości mierzonych w różnych układach może prowadzić do jawnie bezsensownych rezultatów. Zanim przejdziemy do sił bezwładności, pozostańmy jeszcze na chwilę przy żeglarskim problemie wiatru pozornego. Prawidłowy sposób wyznaczania jego kierunku (rys. 1) jest następujący: wiatr wieje z prędkością v_{wz} względem powierzchni Ziemi, Ziemia wraz z wiatrem porusza się względem jachtu z prędkością v_{jz}, zatem prędkość wiatru względem jachtu v_R wynosi

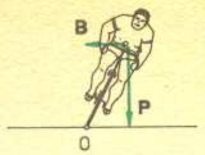
$$v_R = v_{wz} + v_{jz},$$

czyli wiatr „rzeczywisty" wieje pod ostrzejszym kątem względem osi jachtu niż w układzie odniesienia związanym z Ziemią. Sposób nieprawidłowy, spotykany u młodych adeptów żeglarstwa, prowadzący do wyniku wyraźnie sprzecznego z obserwacją (rys. 2), wygląda następująco: wiatr wieje z prędkością v_{wz}, jacht płynie z prędkością v_{jz}, więc wiatr rzeczywisty wieje z prędkością $v_{wj} = v_{wz} + v_{jz}$. Dodano tu charakterystyki liczbowe dotyczące ruchu dwu niezależnych obiektów względem tego samego układu odniesienia (Ziemi) i otrzymano wynik opisujący efekt różny od poszukiwanego: z prędkością v_{wj} poruszałby się jacht pchany siłą wiatru w kierunku wektora v_{wz} z prędkością v_{wz} i równocześnie pchany przez inną siłę np. prądem rzeki w kierunku wektora v_{zj} z prędkością v_{zj}.

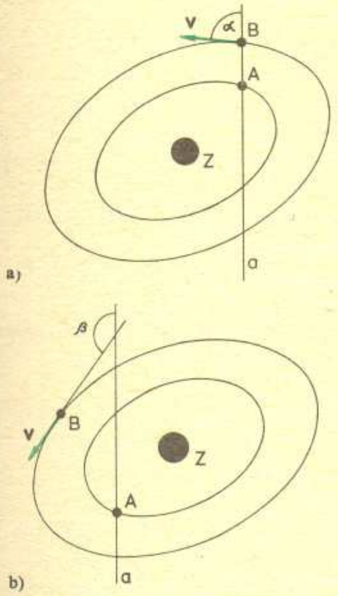
Podamy teraz kilka przykładów sytuacji życia codziennego, w których spotykamy się z siłami bezwładności. Każdy, kto dojeżdża do swojego miejsca pracy środkami komunikacji publicznej, jest codziennie wielokrotnie wystawiony na ich działanie. W autobusie ostro hamującym czujemy wyraźnie siłę pchającą nas do przodu, zaś w biorącym zakręt z dużą prędkością jakaś siła wypycha nas na zewnątrz zakrętu. Narciarz rozpoczynający zjazd (rys. 3) musi pochylić się do przodu, ustawić w przybliżeniu prostopadle do nart, w przeciwnym wypadku tajemnicza siła powali go na plecy, chociaż zupełnie jej nie odczuwał, dopóki stał w miejscu. Rowerzysta na zakręcie musi pochylić rower w kierunku środka zakrętu, aby nie upaść pod wpływem tej samej siły (rys. 4).

Wiele prostych i ciekawych doświadczeń z siłami bezwładności, wymagających jednak wolnej przestrzeni nieosiągalnej na ogół w pasażerskim wagonie, można wykonać w jadącym pociągu — są one opisane w niemal każdym podręczniku fizyki.

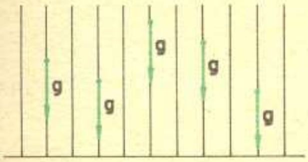
Skąd biorą się te siły? Pierwsze prawo dynamiki Newtona mówi: ciało izolowane od wszelkich oddziaływań będzie spoczywało lub poruszało się ruchem jednostajnym prostoliniowym.



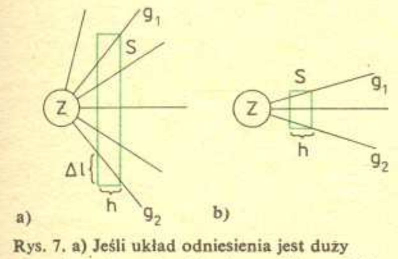
Rys. 4. Rowerzysta musi pochylić się ku środkowi zakrętu, aby wytworzyć moment siły ciężkości P względem punktu styczności kół z jezdnią O, przeciwny do momentu siły bezwładności B.



Rys. 5. Satelita A nie jest układem inercjalnym dla odległego satelity B, chociaż obydwa są układami lokalnie inercjalnymi. Ruch B względem A jest krzywoliniowy. a) Sytuacja w dowolnym punkcie orbity satelity A: prędkość satelity B tworzy z kierunkiem a kąt α. b) Sytuacja późniejsza o pół orbity A wokół Ziemi: prędkość satelity B tworzy z kierunkiem a kąt $\beta > \alpha$. Kierunek a wyznacza się celując teleskopem stale w tę samą gwiazdę.



Rys. 6. W jednorodnym polu grawitacyjnym wektor natężenia pola g jest wszędzie taki sam; jeden układ spadający swobodnie z przyspieszeniem $a = g$ jest więc dobrym układem inercjalnym dla całego pola.



Rys. 7. a) Jeśli układ odniesienia jest duży w porównaniu z obwodem jego orbity wokół źródła pola grawitacyjnego, zbieżność linii sił pola grawitacyjnego jest wyraźnie widoczna. Na odcinku h linie g_1 i g_2 zbliżyły się do siebie o odcinek $2\Delta l$. b) W małym układzie zbieżność linii sił jest trudno wykrywalna, pole grawitacyjne wewnątrz S jest z dobrym przybliżeniem jednorodne.

Gdy jednak zapytamy: jak można stwierdzić, że dane ciało jest izolowane od wszelkich oddziaływań, nie znajdziemy innej prostej odpowiedzi, jak tę: sprawdzić, czy spoczywa lub porusza się jednostajnie po linii prostej. Zatem pierwsze prawo Newtona jest w istocie definicją ciała izolowanego od wszelkich oddziaływań, przy czym aktem wiary (aksjomatem) teorii Newtona jest założenie, że ciało takie w ogóle może istnieć. Definiuje ono pewien układ odniesienia zwany inercjalnym: układ, w którym ciało to spoczywa. Inny układ, poruszający się ruchem jednostajnym prostoliniowym względem inercjalnego, jest również układem inercjalnym, w którym obowiązuje I prawo Newtona. Natomiast układ poruszający się względem układu inercjalnego ruchem przyspieszonym, sam nie jest już układem inercjalnym: mogą w nim występować ruchy przyspieszone nie mające widocznych (w danym układzie) przyczyn. Ponieważ zaś ruchy przyspieszone, zgodnie z drugim prawem dynamiki Newtona, uważamy za skutki działania pewnych sił, mówimy często o „siłach bezwładności" lub „siłach inercjalnych" mając na myśli fizyczne przyczyny owych niespodziewanych przyspieszeń. Jest faktem o głębokim, podstawowym dla fizyki znaczeniu, że siły bezwładności ujawniają się w każdym eksperymencie fizycznym jako siły nieodróżnialne pod względem swoich właściwości fizycznych od sił grawitacyjnych. Można to łatwo sprawdzić: gdy autobus hamuje na dłuższym odcinku z jednostajną siłą, zamknijmy oczy i, utrzymując pozycję stojącą, spróbujmy wmówić sobie, że stoimy na pochyłym stoku górskim. Złudzenie będzie zupełne: nie poznamy, że w kierunku podłogi ciągnie nas inna siła (grawitacyjna) niż do przodu (siła bezwładności). Odczujemy tylko siłę wypadkową o kierunku ukośnym względem podłogi, pełniącej rolę stoku góry. Siły bezwładności są więc związane z układami nieinercjalnymi. Siła bezwładności działająca na ciało o masie m jest równa ma, gdzie a jest przyspieszeniem ruchu układu nieinercjalnego, w którym mierzymy siłę, względem dowolnego inercjalnego.

W pewnych szczególnych sytuacjach siły bezwładności mogą całkowicie znieść inne siły działające w danym układzie i uczynić z niego układ prawie inercjalny. Tak jest np. w przypadku satelity, poruszającego się po orbicie wokół Ziemi pod wpływem sił czysto grawitacyjnych, a więc neutralnego elektrycznie i magnetycznie (to samo dotyczy dowolnego ciała spadającego swobodnie w polu grawitacyjnym). Siła bezwładności związana z ruchem po okręgu jest tu dokładnie równa sile grawitacyjnej i przeciwnie do niej skierowana, a więc siła wypadkowa działająca na dowolne obojętne elektrycznie i magnetycznie ciało spoczywające względem satelity jest równa zeru. Satelita jest więc układem inercjalnym zrealizowanym za pomocą układu nieinercjalnego, co każdy miał okazję zaobserwować w, częstych w pewnym okresie, transmisjach telewizyjnych ze stacji kosmicznych: kosmonauci oraz używane przez nich przedmioty „pływają" swobodnie po całym wnętrzu stacji, w zgodzie z I prawem Newtona. (Tu dygresja: niektórzy ludzie wyobrażają sobie naiwnie, iż stan nieważkości na stacji orbitalnej wynika z dużej odległości tej stacji od Ziemi i związanego z tym osłabienia siły grawitacyjnej. Orbity sztucznych satelitów przebiegają zwykle na wysokościach 100—500 km od powierzchni Ziemi, promień Ziemi wynosi ok. 6370 km, każdy może więc łatwo sprawdzić, za pomocą wzoru Newtona na siłę grawitacyjną, że grawitacja na orbicie jest niewiele słabsza niż na powierzchni Ziemi. Nieważkość jest efektem inercjalnym.)

Istnieje jednak zasadnicza różnica między takim „sztucznym" (mówimy fachowo: lokalnym) układem inercjalnym, a tym „prawdziwym", postulowanym przez mechanikę Newtona. Układ lokalny jest dobrym układem inercjalnym tylko wzdłuż pojedyńczego toru ruchu swobodnego w polu grawitacyjnym. Dla punktów położonych wystarczająco daleko od badanego toru będzie to układ nieinercjalny (rys. 5), zaś inne lokalne układy inercjalne będą się poruszały względem niego ruchem przyspieszonym. Teoria Newtona postuluje tymczasem istnienie uniwersalnego (fachowo: globalnego) układu inercjalnego, który jest dobry w każdym punkcie całej przestrzeni. Układ lokalny może być układem globalnym tylko w jednorodnym polu grawitacyjnym (rys. 6), lecz pola jednorodne nie występują w przyrodzie. Natomiast w odpowiednio małym obszarze rzeczywiste pole grawitacyjne jest w przybliżeniu jednorodne, przy czym im mniejsze rozmiary obszaru, tym lepsze przybliżenie (tym mniej wyraźnie widoczna jest zbieżność linii sił pola grawitacyjnego, rys. 7). Dlatego właśnie wnętrze stacji orbitalnej, bardzo małe w porównaniu z obwodem jej orbity, jest w dobrym przybliżeniu układem inercjalnym.

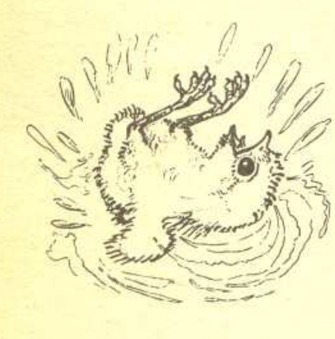
Zejdźmy teraz z orbity na Ziemię. Układy inercjalne można w przybliżeniu realizować również na powierzchni Ziemi. Przyspieszenie związane z ruchem Ziemi po orbicie wokół Słońca jest równoważone przez przyspieszenie odśrodkowe, przy czym rozmiary Ziemi są na tyle małe w porównaniu z długością jej orbity, że pole grawitacyjne Słońca jest z dobrym przybliżeniem jednorodne na całej Ziemi. Niejednorodność tego pola wywołuje tzw. składową słoneczną przypływów oceanicznych, o wysokości fali zaledwie ok. 0,17 m. Ziemia jest więc lokalnym układem inercjalnym znoszącym pole grawitacyjne Słońca — nie musimy martwić się o grawitację słoneczną. To samo dotyczy siły grawitacyjnej Galaktyki, równoważonej przez siłę odśrodkową w ruchu Układu Słonecznego wokół centrum Galaktvki, jak również ruchu całej Galaktyki w Lokalnej Grupie oraz wszelkich ruchów w większej jeszcze skali. Nie musimy także przejmować się polami grawitacyjnymi innych planet — w ścisłym sensie Ziemia porusza się pod wpływem zsumowanego pola grawitacyjnego Słońca i wszystkich planet, i właśnie to całkowite pole jest neutralizowane przez przyspieszenie odśrodkowe. Istotne dla nas są jedynie: własna grawitacja ziemska oraz siła odśrodkowa i siła Coriolisa, związane z obrotem Ziemi wokół jej własnej osi.

Rozwiązanie zadania M 221.
Spośród odcinków $\overline{A_iA_j}$ (boków i ew. przekątnych naszego n-kąta) wybierzmy odcinek $\overline{A_kA_l}$ leżący najbliżej punktu P. Jeżeli teraz $P \in \overline{A_kA_l}$, to $\sphericalangle A_kPA_l = \pi$. W przeciwnym przypadku wybierzmy wierzchołki $A_{k'}$ i $A_{l'}$ leżące po tej samej stronie prostej A_kA_l co punkt P i sąsiadujące z wierzchołkami A_k i A_l (być może $A_{k'} = A_{l'}$). Łatwo zauważyć, że $\sphericalangle A_{k'}A_lA_k = \sphericalangle A_{l'}A_kA_l = \frac{\pi}{n}$, a ponieważ odległość P od odcinka $\overline{A_kA_l}$ jest nie większa niż odległość P od $\overline{A_kA_{l'}}$ więc

$$\sphericalangle PA_kA_l \leqslant \frac{1}{2} \sphericalangle A_{l'}A_kA_l = \frac{\pi}{2n}$$

i analogicznie $\sphericalangle PA_lA_k \leqslant \frac{1}{2} \sphericalangle A_{k'}A_lA_k = \frac{\pi}{2n}$.

Wobec tego trzeci kąt $\sphericalangle A_kPA_l$ trójkąta A_kA_lP jest równy $\pi - \sphericalangle PA_kA_l - \sphericalangle PA_lA_k$, jest więc większy lub równy $\pi - 2 \cdot \frac{\pi}{2n} = \pi - \frac{\pi}{n}$.



Sumę siły grawitacyjnej i siły odśrodkowej równoważymy po prostu przez podparcie całego układu na powierzchni S prostopadłej do siły wypadkowej, np. na powierzchni szosy. Pojawiającą się przy ruchach po powierzchni S siłę tarcia możemy znacznie zmniejszyć przez zastosowanie kół i łożysk, rolek lub kul, albo nawet zrównoważyć przez przyłożenie siły wytworzonej za pomocą układu napędowego (silnika lub pedałów). Nie wyeliminujemy jedynie siły Coriolisa, lecz jest ona na tyle mała, że przy ruchach ograniczonych do niewielkiego obszaru nie powoduje obserwowalnych efektów. Uzyskujemy w ten sposób układ, który podczas dwuwymiarowych ruchów po powierzchni S będzie spełniał I prawo Newtona ze znaczną dokładnością (nawiasem mówiąc, taką właśnie realizacją układu inercjalnego posługiwał się, oczywiście nieświadomie, Galileusz gdy odkrywał doświadczalne podstawy mechaniki Newtona).

Wróćmy do przykładów podanych na wstępie i prześledźmy je oczami fizyków. Obserwator w hamującym autobusie powie: mój układ odniesienia porusza się ruchem opóźnionym względem układu inercjalnego (powierzchni drogi), zatem pojawia się w nim siła inercjalna, która pcha mnie do przodu. Narciarz powie: jadąc w dół poruszam się ruchem przyspieszonym względem układu inercjalnego (płaszczyzny poziomicy na stoku), a więc staję się układem nieinercjalnym; związana z moim ruchem siła bezwładności usiłuje mnie powalić na plecy. Muszę więc pochylić się do przodu, aby pojawił się moment mojej siły ciężkości względem moich stóp, który zrównoważy moment siły bezwładności. Rowerzysta powie: mój układ odniesienia porusza się po linii krzywej względem układu inercjalnego, występują więc w nim przyspieszenia odśrodkowe. Związana z nimi siła bezwładności usiłuje wywrócić mnie na zewnątrz zakrętu. Muszę zatem pochylić się ku jego środkowi, wtedy siła grawitacyjna działająca na mnie i mój rower wytworzy moment obrotowy względem punktu styczności kół z jezdnią. Przy odpowiednio dobranym kącie pochylenia moment siły ciężkości zrównoważy moment siły odśrodkowej i przejadę zakręt bez wywrotki. Podobne rozumowanie przeprowadziłby obserwator w zakręcającym autobusie.

Te same zjawiska, obserwowane przez obserwatora stojącego nieruchomo na powierzchni Ziemi, dają się opisać bez używania pojęcia sił bezwładności. Patrząc z ulicy na rozpaczliwe wysiłki pasażera autobusu, usiłującego, ku wielkiemu rozbawieniu kierowcy, utrzymać równowagę podczas hamowania, powiemy: pasażer poruszał się początkowo z taką samą prędkością, jak autobus. Autobus zmniejszył swoją prędkość, więc pasażer, który nie chce zachować początkowej prędkości i wylecieć przez przednią szybę, musi również zmniejszyć swoją prędkość. W tym celu musi nadać sobie odpowiednie ujemne przyspieszenie, a więc, zgodnie z drugim prawem dynamiki Newtona, musi użyć pewnej siły.

Patrząc na narciarza powiemy (rys. 8): dopóki stał, siła oporu śniegu była skierowana dokładnie przeciwnie do jego siły ciężkości, miała więc zerowy moment względem środka masy narciarza, i jego ciało było w równowadze. Gdy ruszył, moment siły oporu podłoża $\boldsymbol{R}$, działającej teraz prostopadle do śniegu, stał się różny od zera. Narciarz musi więc zlikwidować ów nowy moment, który usiłuje podciąć mu nogi, przez pochylenie się do przodu, tak aby kierunek siły oporu podłoża przeszedł przez jego środek masy.

Patrząc na rowerzystę powiemy (rys. 9): aby zmienić kierunek jazdy, musi on zadziałać na siebie pewną siłą dośrodkową, przyłożoną w środku masy układu rower — człowiek. Skręcenie przedniego koła wywołuje siłę dośrodkową $\boldsymbol{T}$ (składową siły tarcia), przyłożoną jednak w płaszczyźnie jezdni, siła ta ma więc różny od zera moment względem środka masy C układu i dąży do wywrócenia roweru na zewnątrz zakrętu. Rowerzysta musi pochylić się ku środkowi zakrętu, wówczas siła sprężystości podłoża $\boldsymbol{R}$, działająca pionowo do góry, również uzyska różny od zera moment względem środka masy, który będzie mógł zrównoważyć moment siły tarcia.

Bez siły bezwładności możemy sobie również poradzić z opisem zjawisk w stacji orbitalnej: ponieważ wszystkie znajdujące się tam przedmioty oraz sama stacja poruszają się ruchem swobodnym w polu grawitacyjnym, pozostając wciąż blisko siebie, ich przyspieszenia są praktycznie jednakowe. Dwa ciała poruszające się z takim samym przyspieszeniem mogą, jedno względem drugiego, poruszać się tylko ruchem jednostajnym prostoliniowym lub spoczywać, ponieważ ich względne przyspieszenie jest równe zeru.

Opisy dokonywane w każdym z dwu układów odniesienia (inercjalnym i nieinercjalnym) są fizycznie równoważne: siła, jakiej musi użyć pasażer hamującego autobusu, obliczona jednym i drugim sposobem okazuje się taka sama; w obu przypadkach dochodzimy do wniosku, że narciarz musi ustawić się tak, aby jego środek ciężkości znalazł się na prostopadłej do stoku przechodzącej przez jego stopy; w obu też przypadkach otrzymamy tę samą wartość kąta pochylenia roweru przy danej prędkości i danym promieniu skrętu. Czytelnicy zauważyli pewnie, że mimo to jednak opis w układzie nieinercjalnym, z użyciem sił bezwładności, bywa prostszy i bardziej przemawiający do wyobraźni. Upierając się przy układzie inercjalnym i nie przyjmując do wiadomości faktu istnienia sił bezwładności utrudniamy sobie nieraz życie, zaś w przypadku stacji orbitalnej w ogóle nie zauważamy ważnego faktu znoszenia sił grawitacyjnych przez siły bezwładności. Można z tego wysnuć morał o charakterze ogólniejszym: odrzucając możliwość istnienia innych punktów widzenia niż nasz własny, który z wielką energią, z niezłomną wolą głosimy jako jedynie słuszny, często nie dostrzegamy ważnych zjawisk, których prawidłowe wykorzystanie byłoby pożyteczne.

Rys. 8. Równowaga narciarza stojącego (a) i jadącego (b) w układzie inercjalnym, bez użycia sił bezwładności.

Rys. 9. Równowaga rowerzysty w układzie inercjalnym.