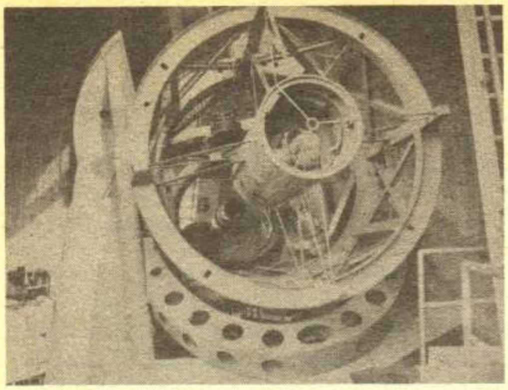
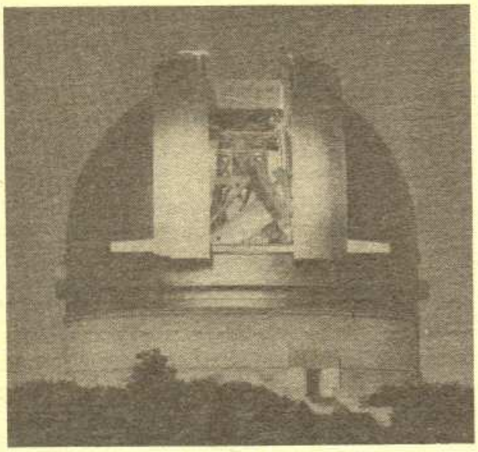




Patrz w niebo

W marcu, podobnie jak przed rokiem kiedy zaczynaliśmy wspólnie patrzeć w niebo, górują wieczorami dwa Lwy (mały i duży), Wielka Niedźwiedzica i Rak (*Cancer*, *Cnc*). W pierwszym naszym odcinku omówiliśmy dwa rodzaje układów wielokrotnych, dzisiaj powrócimy do układów gwiazd, jednak z nieco innej perspektywy. Spróbujemy wyobrazić sobie, jak wygląda niebo widziane z hipotetycznej planety krążącej wokół jednego ze składników układu. Za przykład weźmy gwiazdę ζ *Canceri* noszącą nazwę własną *Tegmeni*. Przyjmijmy, że orbita planety obiegającej najjaśniejszy składnik układu (A) podobna jest z grubsza do orbity Ziemi wokół Słońca. Nie mogą one pozostawać przez dłuższy czas takie same ponieważ zakłócenia od pozostałych składników ζ *Cnc* ciągle zmieniają orbitę planety. Z tej przyczyny wątpimy, by na planetach błąkających się w układach wielokrotnych mogło powstać życie.
A więc naszą gwiazdą dzienną jest obiekt nieco bielszy, większy i gorętszy od Słońca oraz dwukrotnie od niego jaśniejszy. Co około 60 lat przychodzi kilkunastoletni okres białych nocy. Po zachodzie słońca najjaśniejszym obiektem na niebie jest składnik B — olśniewająco jasny punkt, tysiąc razy jaśniejszy niż Księżyc w pełni. Gwiazda ta jest bardzo podobna do Słońca. ζ *Cnc*B widoczny jest często również w dzień i czasami moglibyśmy obserwować zaćmienia jednego słońca przez drugie. Jednak nie tylko „nocne słońce" przyciągałoby uwagę hipotetycznych obserwatorów na planecie. Równie ciekawymi obiektami są dwa obiegające się wzajemnie z okresem ok. 17,5 lat jasne punkty. Jeden z nich jest nieco jaśniejszy od Księżyca, natomiast drugi podobny jest do naszych jasnych planet widzianych z Ziemi. Wzajemna odległość kątowa składników C i D waha się koło 2° — jest to cztery razy więcej niż średnica kątowa Księżyca; prawdziwa odległość między składnikiem C i jego towarzyszem — białym karłem wynosi 5 jednostek astronomicznych — mniej więcej tyle co od Słońca do Jowisza. Układ C—D obiega układ A—B w okresie 1150 lat. Nie wiemy nic więcej o dalszych osobliwościach nieboskłonu wymyślonej przez nas planety, jednak pewne obserwacje wskazują na istnienie piątej, bardzo słabej gwiazdy w układzie. Słońce widziane z planety byłoby ledwo widoczną, niczym nie wyróżniającą się gwiazdką w niewiele zmienionym gwiazdozbiorze Koziorożca.

mgr Tomasz CHLEBOWSKI

Stanisław PAŁKA ze Starej Wsi koło Limanowej nie zdążył wziąć udziału w naszym zeszłorocznym konkursie „Znaleźć nowe twierdzenie o trójkącie", ale teraz przysłał list z następującymi dwoma interesującymi twierdzeniami.

Twierdzenie I. Suma sinusów trzech kątów dowolnego trójkąta nie przekracza $\frac{3}{2}\sqrt{3}$, przy czym równość ma miejsce wtedy i tylko wtedy gdy trójkąt jest równoboczny.

Dowodu nie przytaczamy; polega on na znalezieniu maksimum funkcji $\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma$.

Twierdzenie II. Jeżeli S, S_0 i S_w oznaczają odpowiednio pole trójkąta, pole koła opisanego na nim i pole koła wpisanego w niego, to

$$\sqrt{S_0 S_w} \geqslant \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} S,$$

przy czym równość ma miejsce wtedy i tylko wtedy, gdy trójkąt jest równoboczny.

Dowód. Oznaczając przez a, b i c długości boków trójkąta mamy na podstawie znanych wzorów

$$\sqrt{S_0 S_w} = \sqrt{\pi\left(\frac{abc}{4S}\right)^2 \cdot \pi \frac{4S^2}{(a+b+c)^2}} = \frac{\pi}{2}\,\frac{abc}{a+b+c} =$$

$$= \frac{\pi}{2}\,\frac{1}{\frac{1}{ab}+\frac{1}{ac}+\frac{1}{bc}} = \frac{\pi}{2}\,\frac{1}{\frac{\sin\alpha}{bc\sin\alpha}+\frac{\sin\beta}{ac\sin\beta}+\frac{\sin\gamma}{ab\sin\gamma}} =$$

$$= \frac{\pi\cdot S}{\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma},$$

i wystarczy zastosować twierdzenie I.

Stara DELTA

Zadanie. Udowodnić, że
Cyrkuł, którego połdyameter iest śrzednia proporcyonalna między ścianą Konusa, y połdyametrem bazy tegoż Konusa; iest równy polowi albo obietności powierzchowney Konusa, krom bazy.

(Stanisław Solski „*Geometra Polski*" 1683)

Nie rozumiecie, Czytelnicy, treści zadania? Nie przejmujcie się:
Przetoż ieśli zaraz nie wyrozumiesz czego, wyrozumiesz drugim razem, albo trzećim, według dowćipu. Rozum człowieczy iest takowy, im więcej co bierze przed sye, im częśćiey co rozmyśla, tym przestrzeniey sobie w owej rzeczy czyni, tym więcey obacza i nayduie, czego przedtym nie obaczył nie nalazł.
(Stanisław Grzepski, „*Geometria To iest Miernicka Nauka po Polsku krótko napisana z Graeckich i Łaćińskich Kśiąg*, 1566)

Jak wygląda algebra?

— Nie! — zawołał — dziś pani algebry uprawiać nie wolno, panno Immo, czy w przestworzach igrać, jak pani to nazywa! Niechże pani spojrzy na słońce!... Czy można...?
I podszedł do stolika, biorąc do ręki zeszyt.
To, co ujrzał, było oszołamiające. Strzępiasto, dziecięco grubym pismem, które zdradzało jej osobliwy sposób trzymania pióra, fantastyczny hokus-pokus, wiedźmowy sabat splątanych run pokrywał stronice. Greckie litery sprzęgały się z łacińskimi, z cyframi o różnej wielkości, z rojem kresek i krzyżyków, pod i ponad poziomymi liniami w ułamkowym uszeregowaniu, z daszkami innych linii na kształt namiotów, w parzystych kreseczkach znajdując zrównanie wartości, w okrągłych klamrach łącząc się w wielkie masy formułek. Pojedyncze litery, wysunięte jak szyldwachy, ustawione na prawo, oklamrzonymi grupami. Znaki kabalistyczne, najzupełniej niezrozumiałe dla umysłu laika, obejmowały niby ramionami liczby i głoski, a ułamki cyfr stały przed nimi, cyfry zaś i litery krążyły u ich stóp i nad ich głowami. Osobliwe sylaby. Skróty tajemniczych wyrazów rozsypane były wszędy, a między nekromatycznymi kolumnami stały zdania i uwagi wypisane potocznym językiem, których sens jednak tak był odległy od wszelkich spraw ludzkich, że można je było czytać, nie rozumiejąc z nich więcej, niż z pomruku guślarza.

Tomasz Mann, „*Królewska wysokość*", przekład Witolda Hulewicza

$$\begin{aligned}
&[\chi(\mathscr{L}\otimes\mathscr{M})-\chi(\mathscr{O}_F)-\chi(\Omega\otimes\mathscr{L}^{-1}\otimes\mathscr{M}^{-1})+\chi(\Omega)]-\\
&\quad-[\chi(\mathscr{L})-\chi(\mathscr{O}_F)-\chi(\Omega\otimes\mathscr{L}^{-1})+\chi(\Omega)]-\\
&\quad-[\chi(\mathscr{M})-\chi(\mathscr{O}_F)-\chi(\Omega\otimes\mathscr{M}^{-1})+\chi(\Omega)]=\\
&=\{\chi(\mathscr{O}_F)-\chi(\mathscr{L})-\chi(\Omega\otimes\mathscr{L}^{-1}\otimes\mathscr{M}^{-1})+\chi(\Omega\otimes\mathscr{M}^{-1})+\\
&+\{\chi(\mathscr{O}_F)-\chi(\mathscr{M})-\chi(\Omega\otimes\mathscr{L}^{-1}\otimes\mathscr{M}^{-1})+\chi(\Omega\otimes\mathscr{L}^{-1})-\\
&-\{\chi(\mathscr{O}_F)-\chi(\mathscr{L}\otimes\mathscr{M})-\chi(\Omega\otimes\mathscr{L}^{-1}\otimes\mathscr{M}^{-1})+\chi(\Omega)=\\
&=(\mathscr{L}^{-1}\cdot\Omega^{-1}\otimes\mathscr{L}\otimes\mathscr{M})+(\mathscr{M}^{-1}\cdot\Omega^{-1}\otimes\mathscr{L}\otimes\mathscr{M})-\\
&\quad-(\mathscr{L}^{-1}\otimes\mathscr{M}^{-1}\cdot\Omega^{-1}\otimes\mathscr{L}\otimes\mathscr{M})=0.
\end{aligned}$$

Anecdotes wanted

W Journal of Recreational Mathematics (vol. 11, 1978/9) *znaleźliśmy następujące ogłoszenie*

Chcemy wydać zbiór anegdot o znanych matematykach. Zainteresowanych współpracą prosimy o listy:

Peter Borwein
Departament of Mathematics
University of British Columbia
Vancouver, B. C., Canada
V6T 1W5

lub

Maria Klawe
Departament of Computer Science
University of Toronto
Toronto, Ontario, Canada
M5S 1A7

Prosimy podawać źródło każdej anegdotki i własne oszacowanie prawdopodobieństwa jej prawdziwości.

Od redakcji ,,Delty" do zaprzyjaźnionych z nią matematyków. Nie bójcie się. Nic im nie poślemy.

Szanowny Panie Redaktorze!

Mnóstwo czasu traci się przez to, że młodzi naukowcy przysyłają prace do publikacji w formie, której nie można zaakceptować. Jest na rynku wiele dobrych książek na temat przygotowania prac naukowych, ale niewiele istnieje konkretnych przykładów na to, jak maszynopis nie nadający się do druku może być przekształcony w taki, który byłby przyjęty przez przodujące czasopisma naukowe. Dzięki szczęśliwemu przypadkowi i całkowicie legalnie udało mi się otrzymać kopię takiego maszynopisu z uwagami recenzenta, z tek redakcyjnych przodującego czasopisma geologicznego; przekazuję ją w nadziei, że będzie cenna dla autorów podczas przygotowywania prac do publikacji.

Kolumnowe Struktury Skalne ze Starożytnego Kraju

Opinia recenzenta

maszynopis 19705B/76: *P. B. Shelley*

Maszynopis nadesłany:
Ozymandias[1]
autor: *P. B. Shelley*[2]

Podróżnik[2], wracający z starożytnej ziemi[3]
Rzekł do mnie: — Nóg[4] olbrzymich[5] z głazu [6] dwoje[7] sterczy
Wśród pustki[8] bez tułowia. W pobliżu[9] za nimi
Tonie w piasku[10] strzaskana twarz. Jej wzrok szyderczy,
Zacięte usta, wyraz zimnego rozkazu
Świadczą, iż rzeźbiarz dobrze na tej bryle głazu
Odtworzył skryte żądze, co, choć w poniewierce,
Przetrwały rękę mistrza i mocarza serce.[11]
A na podstawie napis dochował się cało:
„Ja jestem Ozymandias, król królów. Mocarze!
Patrzcie na moje dzieła i przed moją chwałą
Gińcie z rozpaczy!"[12] Więcej nic już nie zostało...[13]
Gdzie stąpić[14], gruz bezkształtny oczom się ukaże
I piaski[15], bielejące w pustyni obszarze.

Uwagi recenzenta

(1) Ten tytuł jest całkiem nieodpowiedni. Nie zawiera słów kluczowych.

(2) Ponieważ praca ta jest oparta na obserwacjach polowych innego geologa, sugerujemy wspólne autorstwo jako bardziej właściwe.

(3) Proszę sprecyzować.

(4) Czy rozpatrzono alternatywne hipotezy? Filary ziemne? Kolumny bazaltowe? Kopce termitów?

(5) Nie dość wyraźne określenie. Autor powinien podać rozmiary w jednostkach SI (chyba, że ,,olbrzymi" jest klasą w pewnej skali, w tym przypadku powinien być podany odsyłacz do odpowiedniej literatury).

(6) Niewątpliwie należy podać tu identyfikację typu skały z odpowiednią analizą.

(7) To jest jedyne stwierdzenie ilościowe!

(8) Podać współrzędne.

(9) Określić odległość. Fotografia (ze skalą) pomogłaby w tym.

(10) Podać analizę granulometryczną i w miarę możliwości kilka fotografii z mikroskopu elektronowego ukazujących tekstury ziarnistej powierzchni. Wprawdzie niczego one nie dowodzą, ale są dekoracyjne i dostarczają zatrudnienia personelowi pomocniczemu.

(11) Ten paragraf, pełen spekulacji i domysłów, mógłby z powodzeniem być pominięty.

(12) Warto być może odnotować zeszpecenie interesującej odkrywki, lecz nie jest konieczne cytowanie słów. (Ponieważ napisano je po polsku, nie mają oczywiście wartości archeologicznej. Przypuszczalnie była to farba nałożona sprayem przez turystę).

(13) Stwierdzenie raczej dogmatyczne. Lepiej: ,,Żadnych innych odsłonięć skał **nie zaobserwowano**".

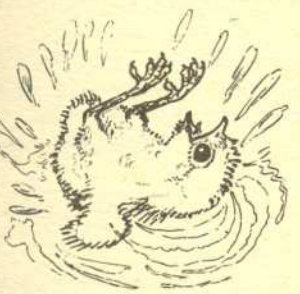
(14) Nieodpowiednia hiperbola. Przybliżone rozmiary pustyni powinny być podane, jeśli mają znaczenie dla treści.

(15) Jeśli nie jest to pustynia bezwietrzna, to jako piaszczysta powinna ukazywać formacje wydmowe. Jeśli jest płaska, to być może jest to w rzeczywistości pustynia kamienista?

Uwagi ogólne

Mimo, że zanotowano kilka ciekawych spostrzeżeń, nie możemy zalecić publikacji w obecnej formie. Po pierwsze praca jest o wiele za krótka. Po drugie, autorzy z nieznanego powodu nie umieścili żadnej wzmianki o tektonice płytowej!

(wg N. S. Haile, *Nature* **268**, 100 (1977), przekład wiersza — Adam Asnyk).



Mam wrażenie, że większość zadań matematycznych, jakie publikuje się w „Delcie", jest wymyślana przez profesjonalistów tej nauki i przez to obraca się w sferze abstrakcji. Chciałbym dziś przedstawić zadanie, które stworzyło tzw. samo życie.

Zamieszkałem niedawno w warszawskim osiedlu Ursynów — w budynku wyposażonym w dwie zblokowane windy, które obsługują 7 kondygnacji (wraz z parterem). Ku mojemu zaskoczeniu, system sterowania windami nie opiera się na najprostszej, „odkrytej" zresztą bodajże pół wieku temu zasadzie wzywania windy najbliższej, lecz na zupełnie innych regułach.

Cywilizacja ludzka stworzyła rozwiązania, których idei nie da się ulepszyć. Rozwiązaniem takim jest np. widelec — można zmieniać w nim liczbę zębów, kształt i zdobienie trzonka etc., jednakże idea widelca („trzonek zakończony przynajmniej dwoma zębami ukierunkowanymi mniej więcej równolegle do trzonka") pozostaje ta sama. Innym rozwiązaniem nie dającym się ulepszyć są np. spodnie: można zmieniać kształt nogawek, dodawać lub usuwać kieszenie itp., ale idea spodni („dwie nogawki zakończone wspólną obejmą biodrową") nie ulega zmianie.

Widelec z jednym zębem lub zębami zagiętymi pod kątem większym niż ok. 1 radian (przyp. Red.: widać, że Autor przestrzega zaleceń co do używania układu SI) w stosunku do trzonka przestaje być widelcem, tak samo jak nie są spodniami np. „spodnie jednonogawkowe". Innymi słowy, idea szeregu stworzonych przez cywilizację przedmiotów osiągnęła taki stopień doskonałości, że każda „poprawka" jest owej doskonałości pogorszeniem. Jak nauczał Ben Akiba — „ze szczytu góry można tylko zejść...".

Czynię tę dygresję po to, by podkreślić analogię do problemu wind: wedle kryteriów energetycznych nie da się ulepszyć idei sterowania zblokowanymi windami, idei polegającej na tym, że na wezwanie przyjeżdża winda najbliższa. Formalnie łatwo zresztą rzecz dowieść.

Osobiście podejrzewam, że rozwiązanie to (nazwijmy je „systemem I"), jest optymalne również wedle kryteriów wygody pasażerów, a więc średniego czasu oczekiwania na windę na dowolnym piętrze.

Tymczasem „moje" dwie windy kursują według następujących reguł („system II"):

1° Na wezwanie z dowolnej kondygnacji przyjeżdża prawie zawsze winda lewa (WL), gdyż:

2° Winda prawa (WP) rusza na wezwanie tylko wtedy, gdy aktualnie zajęta jest przez pasażerów lub realizuje ich wezwanie WL.

3° WL po dojechaniu z pasażerem na miejsce docelowe pozostaje na nim (jeśli, rzecz jasna, aparatura sterująca nie zanotowała kolejnego wezwania).

4° WP po dojechaniu z pasażerem na miejsce zjeżdża sama na parter, chyba że na parterze stoi akurat wolna WL; jednak:

5° Pozostawiona na dowolnym piętrze WP rusza samoczynnie i zjeżdża pusta na parter również w przypadku, gdy z parteru rusza z pasażerem lub na wezwanie (patrz pkt. 1°) WL.

Zgodnie z powyższym algorytmem, nader często mam możność obserwować następującą sytuację. Z VI piętra przez „okienko" widzę, jak piętro niżej stoi WP. Naciskam guzik i... WP poczyna zjeżdżać na parter natomiast z parteru rusza i wyjeżdża na VI piętro WL...

Nagabywani w tej sprawie fachowcy-windziarze oświadczyli, iż rozwiązanie to stanowi „najnowsze osiągnięcie szwedzkiej (!) myśli technicznej" i „ma na celu wygodę pasażerów". Pozwalam sobie w słuszność tych stwierdzeń wątpić.

Moje zadanie brzmi więc następująco:

A) Obliczyć o ile więcej procent energii zużywa II system sterowania w stosunku do systemu I,

B) Porównać średni czas oczekiwania na windę w systemie I i systemie II.

Zadanie nietrudno sformalizować po przyjęciu nieźle odpowiadającego rzeczywistości założenia, że zużyta energia i czas przejazdu między kondygnacją k-tą a $k+1$-szą są dwa razy mniejsze niż między kondygnacją k-tą a $k+2$-gą.

Cały problem ma ponadto jeszcze dwa niebagatelne aspekty. Po pierwsze — nie najlepiej wygląda nauczanie matematyki na politechnikach, jeśli późniejsi inżynierowie beztrosko wdrażają podobne „innowacje". Po drugie — jeśli takich zblokowanych wind jest na Ursynowie już teraz kilkadziesiąt, to powrót do normalnego systemu sterowania mógłby oznaczać wcale pokaźne oszczędności energii, o co wciąż apeluje Państwowa Dyspozycja Mocy.

Stanisław REMUSZKO

Od Redakcji. Nie próbowaliśmy wprawdzie dotrzeć do źródła (czyli szwedzkich windziarzy), podejrzewamy jednak, że nie jest tak źle, jak pisze autor powyższego listu i że powyższy system II ma rzeczywiście na celu wygodę pasażerów. Sądzimy, że przyjęto tu (życiowe) założenie, że pasażer oczekujący na windę na dole jest „ważniejszy" od pasażera na piętrze (taki może zejść po schodach). Ewentualnie, że tylko część mieszkańców używa windy w dół, a wszyscy do góry. Przypuśćmy na chwilę, że „na dół" wszyscy wolą schody — wtedy system II jest oczywiście lepszy (patrz 4°). Gdy wszyscy jeżdżą windą w górę i w dół — lepszy jest system I. Gdzieś między tymi skrajnościami leży punkt równowagi (oba systemy jednakowo dobre). Uprośćmy znacznie sytuację i załóżmy, że w dwupiętrowym domu A na każdym z pięter 1 i 2 mieszkają po 2 osoby