

Historia badań anomalnego momentu magnetycznego elektronu dostarcza ciekawego przykładu rywalizacji między fizykami teoretykami i doświadczalnikami.

Moment magnetyczny  $\mu_e$  jest wielkością, która określa zachowanie elektronu w polu magnetycznym. Dzięki oddziaływaniu elektronu obdarzonego momentem magnetycznym z polem o indukcji  $B$  pojawia się rozszczepienie linii widmowych atomów (zjawisko Zeemana). Mierząc to rozszczepienie możemy wyznaczać doświadczalnie moment magnetyczny elektronu. W mechanice kwantowej udowodniono, że energia elektronu w polu magnetycznym o indukcji  $B$  wyraża się wzorem:

$$(1) \quad E_{\text{magn}} [\text{MeV}] = -\mu_e \cdot B = -2(1+a_e) \cdot (0,57883 \times 10^{-10} \text{ MeV/T}) \cdot (s \cdot B [\text{T}]),$$

gdzie  $s$  jest wewnętrznym momentem pędu elektronu — spinem, a bezwymiarowy współczynnik  $a_e$  nazywamy właśnie anomalną poprawką do momentu magnetycznego elektronu.

W 1927 r. P. A. M. Dirac napisał równanie ruchu (zwane obecnie równaniem Diraca), z którego wynika, że  $a_e = 0$ . Dalszy rozwój teorii w latach trzydziestych doprowadził do przekonania, że wniosek ten jest słuszny w przybliżeniu i to tylko dlatego, że ładunek elektronu jest bardzo małą liczbą. Ówczesne dane doświadczalne w pełni potwierdzały wniosek, że  $a_e \approx 0$ . Wydawało się więc, że nie ma potrzeby budować bardziej dokładnej teorii, mimo że już wtedy istniało wiele wskazówek, jak to należy zrobić. Teorię taką trzeba było zbudować dopiero w roku 1947.

W wyniku wykonania nowych, dokładniejszych doświadczeń okazało się, że poprawka anomalna  $a_e \neq 0$ . W 1947 r. Kusch i Foley zbadali bardzo dokładnie widma promieniowania atomów sodu, jodu i galu umieszczonych w polu magnetycznym. Z ich doświadczeń wynikało, że:

$$(2) \quad a_e = (119 \pm 5) \times 10^{-5}.$$

W 1949 roku Julian Schwinger rozwinął te idee fizyczne, które pojawiły się w latach trzydziestych, i wyjaśnił, czym jest poprawka anomalna  $a_e$  i jak ją należy obliczać. (Schwinger był jednym z twórców teorii opisującej oddziaływania elektronów z polem elektromagnetycznym — elektrodynamiki kwantowej; innymi autorami tej teorii byli R. P. Feynman, S. I. Tomonaga i F. Dyson).

Rozumowanie Schwingera polegało na uwzględnieniu procesów wirtualnej emisji i absorpcji fotonów. Jak wiadomo, swobodny elektron nie może wypromieniować fotonu, gdyż taki proces gwałci zasady zachowania energii i pędu — tak jest przynajmniej w fizyce klasycznej. W fizyce kwantowej obowiązuje jednak zasada nieoznaczoności. Tak więc elektron, który wyemituje foton o energii  $\Delta E$  (o którą to wielkość zostaje naruszona zasada zachowania energii), nie łamie praw natury pod warunkiem, że zaabsorbuje ten foton z powrotem po upływie czasu

$$(3) \quad \Delta t \sim \frac{\hbar}{\Delta E} \quad (\hbar \text{ — stała Plancka}).$$

Wszystkie takie procesy, w których na bardzo krótko zostają naruszone prawa zachowania energii i pędu, nazywamy procesami wirtualnymi, a cząstki, które normalnie nie mogłyby się pojawić — cząstkami wirtualnymi. Ponieważ prawdopodobieństwa emisji i absorpcji fotonu są proporcjonalne do kwadratu ładunku elektronu  $e^2$ , więc prawdopodobieństwo zajścia emisji oraz absorpcji jednego wirtualnego fotonu jest proporcjonalne do  $e^4$ . Oczywiście możliwe są procesy, w których emitujemy i absorbujemy dwa, trzy itd. fotony; prawdopodobieństwa tych procesów

są proporcjonalne do  $e^8, e^{12}$  itd. — ponieważ  $e^2$  jest małą liczbą ( $\approx \frac{1}{137}$ ), procesy te są coraz

mniej prawdopodobne. Schwinger pokazał, że procesy wirtualne dają nam właśnie anomalną poprawkę do momentu magnetycznego elektronu. Jednocześnie stało się jasne, że najważniejszy

jest proces z udziałem jednego fotonu, mniej ważne, tj.  $\left(\frac{1}{137}\right)^2$  razy słabsze są wkłady od

czterech możliwych procesów z udziałem dwóch fotonów. Aby uwzględnić wszystkie wkłady od procesów z wymianą czterech fotonów, należałoby uwzględnić ponad tysiąc możliwości. Każda z tych możliwości oznacza obliczanie skomplikowanych całek wielokrotnych, co możliwe jest tylko na maszynach cyfrowych. Schwinger obliczył tylko dominujący wkład wymiany jednofotonowej i otrzymał następujący wynik

$$(4) \quad a_e^{(1)} = \frac{e^2}{2\pi\hbar c} = 116,2 \times 10^{-5},$$

zgodny z danymi Kuscha i Foleya (2).

Od chwili sformułowania problemu przez Schwingera, dalsze rachunki teoretyczne wymagały przede wszystkim wielkiej sprawności rachunkowej. Prowadzi się je do tej pory, ponieważ doświadczalnicy potrafią mierzyć poprawkę anomalną z coraz to większą dokładnością. Ze wzoru (2) widać, że względny błąd pomiaru poprawki anomalnej  $\delta a_e/a_e$  wyniósł w doświadczeniu Kuscha i Foleya  $\sim 10^{-2}$ . Okazało się, że metodami badania widm promieniowania nie sposób osiągnąć większej dokładności. Jednak w ciągu dwudziestu lat wymyślono bardzo pomysłowe metody pozwalające zwiększyć dokładność do  $10^{-8}$ . Opiszę przykładowo metodę Schuppa, Pidda i Crane'a z 1961 roku, polegającą na pomiarze precesji swobodnych elektronów w polu magnetycznym. Metoda ta została zastosowana





w najdokładniejszych obecnie pomiarach anomalii  $a_e$  przez Wallsa i Steina (1973—1975), kiedy to dokładność względna wynosiła  $\sim 10^{-8}$ .

Spolaryzowane elektrony (tzn. elektrony o ustalonym rzucie spinu na kierunek prędkości) wpuszczane są w obszar jednorodnego pola magnetycznego  $B$  prostopadłego do ich prędkości  $v$ . Jak wiadomo, elektrony w takim polu poruszają się ruchem jednostajnym po orbitach kołowych, z pewną częstością (tzw. cyklotronową)  $\omega_c$ . Jednocześnie w wyniku oddziaływania elektronów z polem (patrz wzór (1)) następuje obrót, czyli precesja momentu magnetycznego dookoła kierunku pola magnetycznego, z pewną częstością  $\omega_s$ , którą możemy obliczyć. W wyniku złożenia się tych dwóch obrotów — prędkości z częstością  $\omega_c$  i momentu magnetycznego z częstością  $\omega_s$ , następuje obrót momentu magnetycznego względem kierunku prędkości. Okazuje się, że częstość obrotu  $\omega_D$  jest proporcjonalna do poprawki anomalnej  $a_e$ :

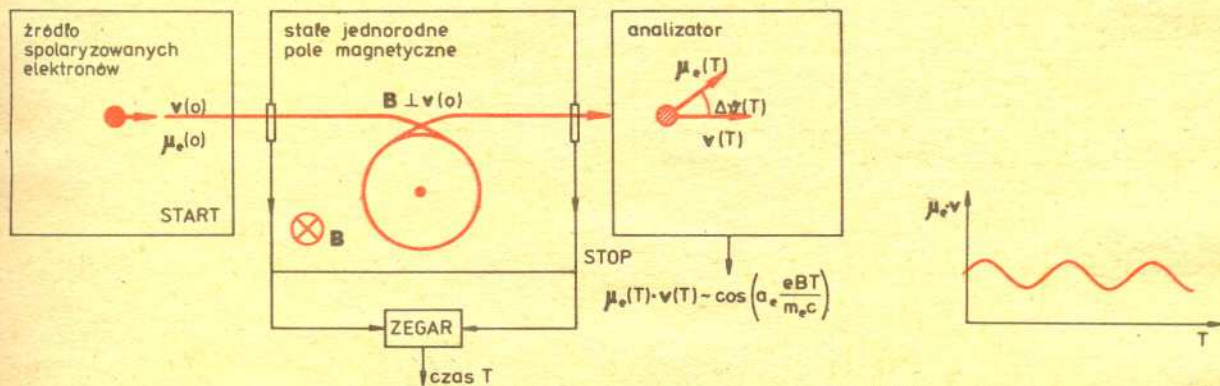
$$(5) \quad \omega_D = \omega_s - \omega_c = a_e \frac{eB}{m_e c}$$

„Recepta” na doświadczenie jest więc następująca:

- produkujemy elektrony o uporządkowanych momentach magnetycznych  $\mu_e$  (np.  $\mu_e \parallel v$ ).
- wpuszczamy je w obszar jednorodnego pola magnetycznego  $B$ .
- elektrony przebywają w polu przez pewien kontrolowany czas  $T$ .
- wypuszczamy je z pola, tak aby kąt  $\Delta\theta$  między ich momentem magnetycznym  $\mu_e(T)$  a prędkością  $v(T)$  nie uległ zmianie, i mierzymy ten kąt; naprawdę lepiej jest mierzyć jakąś funkcję trygonometryczną tego kąta, np.  $\cos \Delta\theta$ , który jest proporcjonalny do iloczynu skalarnego  $\mu_e(T) \cdot v(T)$ .

— ponieważ  $\Delta\theta(T) = \omega_D \cdot T = a_e \frac{eBT}{m_e c}$ , więc powtarzamy wszystko dla różnych czasów  $T$

rysując wykres  $\mu_e(T) \cdot v(T)$  jako funkcji  $T$ . Z tego wykresu znajdujemy  $\omega_D$ , a następnie poprawkę anomalną  $a_e$ . Blokowy schemat doświadczenia przedstawia rysunek:



Jak widać, doświadczenie tego typu wymaga dużej pomysłowości oraz sprawności technicznej. Jak zbudować analizator — przyrząd, który będzie mierzył  $\mu_e \cdot v$ ? Jak zapewnić jednorodność i stałość pola magnetycznego? Na te wszystkie pytania trzeba znaleźć odpowiedź i, co jest bardzo ważne, ocenić ewentualne błędy, wynikające z przyjęcia takiego a nie innego rozwiązania. Nic więc dziwnego, że już po zbudowaniu aparatury analiza błędów ciągnie się nieraz latami. W doświadczeniu Wesleya i Richa trwała cztery lata, a w doświadczeniu Wallsa i Steina — 2 lata. Bardziej szczegółową historię badań doświadczalnych i teoretycznych przedstawia tabela. Wynika z niej kilka interesujących faktów. W 1950 Karpus i Krol obliczyli anomalię momentu magnetycznego uwzględniając procesy dwufotonowe. Ulepszenie techniki doświadczalnej — zastosowanie tzw. magnetycznego rezonansu jądrowego — pozwoliło zmierzyć anomalię z dokładnością względną  $\sim 10^{-3}$ , co wystarczyło, żeby obalić wynik Karpusa i Krola. W rok później Petermann i Sommerfeld znaleźli błąd w obliczeniach Karpusa i Krola. Ich własny wynik świetnie się zgadzał z wynikami doświadczeń w 1956 r.

Drugi ciekawy moment to rok 1968, kiedy to Rich dokonał powtórnej analizy całego dotychczasowego materiału doświadczalnego, starannie uwzględniając błędy systematyczne. Jego najlepszy wynik był niezgodny z obliczeniami. Okazało się, że niezgodność wynika ze złego pomiaru ładunku elektronu. Po powtórzeniu pomiarów ładunku wyniki stały się zgodne. W chwili obecnej najlepsza wartość doświadczalna anomalii momentu magnetycznego elektronu wynosi

$$(6) \quad a_e^{\text{dośw}} = (1159652410 \pm 200) \times 10^{-12},$$

zaś rachunki teoretyczne uwzględniające wkłady od emisji i absorpcji trzech wirtualnych fotonów dały wynik

$$(7) \quad a_e^{\text{teor}} = (1159652359 \pm 282) \times 10^{-12}.$$

Doświadczenie jest nieco bardziej dokładne niż teoria, zaś porównanie wyników (6) i (7) świadczy o tym, że elektrodynamika kwantowa jest teorią najdokładniej sprawdzoną doświadczalnie.



Teoria

Doświadczenie

1927. P. A. M. Dirac wyprowadza swoje równanie

$$a_e = 0.$$

1949 J. Schwinger podaje interpretację anomalnego momentu magnetycznego

$$a_e^{\text{teor}} = 1162 \times 10^{-6}.$$

1950 Karpus i Krol obliczają poprawki do wyniku Schwingera

$$a_e^{\text{teor}} = 1147 \times 10^{-6}.$$

1957 Petermann i Sommerfeld powtarzają obliczenia Karpusa i Krola i znajdują błąd

$$a_e^{\text{teor}} = 11602 \times 10^{-7}.$$

1963 Drell i Pagels obliczają najważniejsze wkłady od procesów trójfotonowych

$$a_e^{\text{teor}} = 1159615 \times 10^{-9}.$$

1968 Zmiana stałej  $e$  zmienia wyniki teoretyczne

$$a_e^{\text{teor}} = 1159641 \times 10^{-9}.$$

1969—71 Ukończenie obliczeń poprawek trójfotonowych

$$a_e^{\text{teor}} = (1159652359 \pm 282) \times 10^{-12}.$$

1973 Rozpoczęcie rachunków uwzględniających procesy czterofotonowe.

1947 Nafe, Nelson, Rabi badają widma atomowe i odkrywają niezgodności z wartością  $a_e = 0$ .

Kusch, Foley — pierwszy pomiar z badania widm atomowych

$$a_e^{\text{dośw}} = (1192 \pm 50) \times 10^{-6}.$$

1949 Garden, Purcell stosują magnetyczny rezonans jądrowy — zgodność z wcześniejszymi wynikami.

1956 Franken i Liebes metodą magnetycznego rezonansu jądrowego wyznaczają

$$a_e^{\text{dośw}} = (1168 \pm 5) \times 10^{-6}.$$

Niezgodność z obliczeniami Karpusa i Krola.

1961 Schupp, Pidd, Crane (SPC) stosują nową technikę doświadczalną

$$a_e^{\text{dośw}} = (11609 \pm 24) \times 10^{-7}.$$

1963 Wilkinson i Crane powtarzają pomiary tą samą techniką

$$a_e^{\text{dośw}} = (1159622 \pm 27) \times 10^{-9}$$

1966 Rich i Crane wykonują pomiar dla pozytonów  $e^+$ . Świetna zgodność z  $a_e$  dla elektronów.

1968 Analiza istniejących danych i uwzględnienie poprawek systematycznych przez Richa

$$a_e^{\text{dośw}} = (1159657 \pm 130) \times 10^{-8}$$

1971 Wesley, Rich wykonują dokładniejsze pomiary techniką SPC

$$a_e^{\text{dośw}} = (11596577 \pm 35) \times 10^{-10}.$$

1973 Walls i Stein poprawiają poprzedni pomiar

$$a_e^{\text{dośw}} = (1159652410 \pm 200) \times 10^{-12}.$$



Rozwiązanie zadania F 73.

Zsuwający się pręt miedziany przecina linie sił pola magnetycznego. Powstaje prąd indukcyjny, którego natężenie jest tym większe im szybciej porusza się pręt. Na przewodnik z prądem poruszający się w polu magnetycznym działa siła elektrodynamiczna przeciwdziałająca (reguła przekory Lenza) ruchowi pręta. Im większe natężenie prądu, tym większa wartość tej siły. Po pewnym czasie (teoretycznie nieskończonym, praktycznie niewielkim) odpowiednie składowe siły ciężkości i siły elektrodynamicznej zrównoważą się i ruch stanie się jednostajny. Oceńmy wartość owej granicznej prędkości. Wystarczy nam tu jedynie zasada zachowania energii. Energia potencjalna pola grawitacyjnego zmienia się na energię wypromieniowaną przez pręt (energia kinetyczna już się nie zmienia), czyli na tzw. ciepło Joule'a — Lenza. Niech masa pręta wynosi  $m$ , jego długość  $l$ , a opór elektryczny  $R$  (opór przewodniczaniedbujemy) Reszta oznaczeń jak na rysunku. Pole powierzchni zakreślone przez pręt poruszający się z prędkością  $v$  w czasie  $\omega t$  równa się  $lv\Delta t$ . Strumień pola magnetycznego przechodzący przez tę powierzchnię wynosi  $Blv\Delta t \cos\alpha$ , gdzie  $B$  jest wartością wektora indukcji magnetycznej. Stąd siła elektromotoryczna wyindukowana w obwodzie równa się (prawo Faradaya)

$$U = Blv \cos \alpha.$$

Z praw Ohma otrzymujemy wartość natężenia prądu

$$i = \frac{U}{R} = \frac{Blv \cos \alpha}{R},$$

a z prawa Joule'a — Lenza ilość wypromieniowanej w czasie  $\Delta t$  energii

$$(*) \quad Q = i^2 R \Delta t = \frac{B^2 l^2 v^2 \cos^2 \alpha}{R} \Delta t.$$

W czasie  $\Delta t$  pręt przesunie się o odległość  $\Delta s = v\Delta t$ , co odpowiada zmianie wysokości (patrz rysunek) o  $\Delta h = \Delta s \sin \alpha = v \sin \alpha \Delta t$ . Energia potencjalna pręta zmniejszy się więc o

$$(**) \quad \Delta E = mgt \sin \alpha \Delta t,$$

gdzie  $g$  jest przyspieszeniem ziemskim. Przyrównując (\*) do (\*\*) otrzymujemy

$$v = \frac{mg \sin \alpha R}{B^2 l^2 \cos^2 \alpha}.$$

