

Gwiazdy kuliste, gwiazdy płaskie, gwiazdy z dziurą



Prof. dr Bohdan PACZYŃSKI, członek-korespondent PAN

Słońce, najlepiej znana nam gwiazda, przypomina swym wyglądem ogromną kulę. Podobnie większość gwiazd i planet jest kulista. Niektóre z nich są jednak bardziej kuliste od innych. Spójrzmy na przykład na największe planety Układu Słonecznego, na Jowisza i Saturna. Planety te są wyraźnie spłaszczone: ich promienie biegunowe są o blisko dziesięć procent mniejsze od promieni równikowych. Dlaczego? Po prostu planety te szybko wirują. Wyprowadzimy prosty wzór na zależność pomiędzy prędkością wirowania i spłaszczeniem.

Dla uproszczenia przyjmijmy, że masa planety czy gwiazdy jest silnie skupiona ku centrum. Jest to bardzo dobre przybliżenie dla obiektów gazowych. Przyspieszenie grawitacyjne jest określone wzorem

$$g_R = \frac{GM}{R^2},$$

gdzie R jest odległością od środka obiektu, M jego masą, zaś G jest stałą grawitacji, wynoszącą 6.67×10^{-8} w jednostkach CGS. Przyspieszenie grawitacyjne skierowane jest ku środkowi, a więc w kierunku $-R$.

Przyjmijmy teraz, że nasz obiekt wiruje wokół osi „z” ze stałą prędkością kątową Ω . Mówimy, że rotacja jest w takim wypadku sztywna. Prędkość rotacji określona będzie wzorem $v = \Omega r$, gdzie r jest odległością od osi rotacji. Czas potrzebny dla wykonania pełnego obrotu jest taki sam dla wszystkich punktów obiektu i wynosi

$$P_{rotacji} = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\Omega}.$$

Przyspieszenie odśrodkowe wynikające z wirowania skierowane jest w kierunku $+r$ i wynosi

$$g_r = \frac{v^2}{r} = \Omega^2 r.$$

Natomiast całkowite przyspieszenie, g , jest sumą wektorową przyspieszenia grawitacyjnego i odśrodkowego, czyli $g = g_R + g_r$.

Jeżeli gwiazda lub planeta znajduje się w równowadze hydrostatycznej, to jej powierzchnia musi być prostopadła do wektora całkowitego przyspieszenia. Można udowodnić, że będzie to powierzchnia ekwipotencjalna, to znaczy taka, na której wartość potencjału określonego wzorem

$$V = \frac{GM}{R} + \frac{1}{2} \Omega^2 r^2,$$

jest stała. Przykład takiej powierzchni przedstawiony jest na rysunku 1.

Oznaczmy promień równikowy gwiazdy lub planety przez R_r , zaś promień biegunowy przez R_b .

Na równiku mamy

$$R = R_r, \quad r = R_r, \quad z = 0,$$

na biegunie zaś spełnione są równości: $R = R_b, \quad r = 0, \quad z = R_b$.

Ponieważ wartość potencjału na równiku i na biegunie musi być taka sama, przeto mamy związek

$$\frac{GM}{R_r} + \frac{1}{2} \Omega^2 R_r^2 = \frac{GM}{R_b}.$$

Wzór ten możemy przekształcić do postaci, z której łatwo obliczymy spłaszczenie:

$$(1) \quad \frac{R_r - R_b}{R_b} = \frac{\Omega^2 R_r^3}{2GM} = \frac{1}{2} \left| \frac{g_r}{g_R} \right| \quad \text{na równiku.}$$

Jak widać, im szybsze wirowanie, czyli im większa prędkość kątowa, tym silniejsze spłaszczenie. Jak silnie można spłaszczyć sztywno wirujący obiekt? Oczywiście zakładamy, że obiekt znajduje się w równowadze hydrostatycznej. W szczególności dotyczy to równika, na którym przyspieszenie odśrodkowe nie może być większe od przyspieszenia grawitacyjnego. A zatem musi być spełniona na równiku nierówność $|g_r| \leq |g_R|$,

$$\text{czyli} \quad \Omega^2 R_r \leq \frac{GM}{R_r^2}.$$

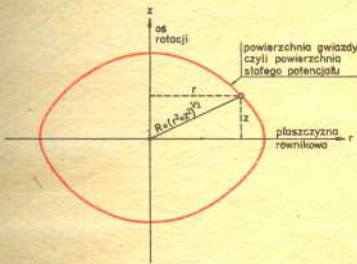
Tak więc spłaszczenie musi się zawierać w granicach

$$0 \leq \frac{R_r - R_b}{R_b} \leq \frac{1}{2}.$$

Innymi słowy stosunek promienia biegunowego do równikowego musi być zawarty w granicach

$$\frac{2}{3} \leq \frac{R_b}{R_r} \leq 1.$$

Sprawdźmy teraz wzór (1) wykorzystując go dla teoretycznej oceny spłaszczenia wirujących planet. Saturn jest na pewno planetą zbudowaną z gazu, gdyż jego średnia gęstość jest blisko dziesięciokrotnie mniejsza niż gęstość Ziemi. Tak więc jego masa jest zapewne silnie skoncentrowana wokół środka i wzór (1) powinien dać dobry wynik. Masa Saturna wynosi



Rys. 1 Przekrój przez wirującą gwiazdę

$5,69 \times 10^{29}$ g, promień równikowy $6,04 \times 10^6$ cm, zaś okres obrotu wokół osi 10 godzin i 14 minut, czyli około $3,68 \times 10^4$ s. Okresowi temu odpowiada prędkość kątowna $1,706 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Podstawiając wszystkie wielkości do wzoru (1) otrzymujemy przewidywane spłaszczenie Saturna

$$\frac{R_r - R_b}{R_b} = 0,084,$$

tymczasem obserwowane spłaszczenie wynosi 0.098, a więc jest tylko nieco większe. Sprawdźmy teraz wzór (1) w przypadku Ziemi. Masa jej wynosi $5,98 \times 10^{27}$ g, promień równikowy $6,38 \times 10^8$ cm, zaś okres obrotu wokół osi (liczony względem gwiazd a nie względem Słońca) 23 h i 56', czyli około $8,62 \times 10^4$ s. Odpowiada temu prędkość kątowna $7,29 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Ze wzoru (1) wynika spłaszczenie równe 0,0017, tymczasem obserwowane wynosi 0,0034, jest więc dwukrotnie większe. Rozbieżność wywołana jest bardzo równomiernym rozkładem masy w całej objętości Ziemi. Ruch wirowy deformując Ziemię równocześnie zmienia jej potencjał grawitacyjny. Tymczasem zmiany te zostały zaniedbane przy wyprowadzeniu wzoru (1). Tak więc wzór (1) ma zastosowanie jedynie do planet i gwiazd gazowych.

Co by się stało, gdybyśmy spróbowali rozkręcić gwiazdę tak szybko, aby przyspieszenie odśrodkowe na równiku było większe od przyspieszenia grawitacyjnego? Oczywiście materia zaczęłaby wypływać z gwiazdy i mogłaby utworzyć wirujący pierścień lub dysk. W ogólności struktura takiego obiektu może być bardzo skomplikowana, więc ograniczymy się do najprostszej sytuacji. Przyjmijmy, że gwiazda wiruje sztywno z taką prędkością, że na równiku przyspieszenie odśrodkowe jest dokładnie równe grawitacyjnemu. Natomiast wokół gwiazdy, w płaszczyźnie równikowej wiruje cienki gazowy dysk. Aby dysk mógł pozostawać w równowadze hydrostatycznej musi on wirować z tak zwaną prędkością keplerowską. Jest to prędkość, przy której przyspieszenie odśrodkowe i grawitacyjne są równe. Zatem w każdym punkcie dysku

$$\text{spełniona jest równość} \quad \frac{GM}{r^2} = \Omega_k^2 r,$$

w którym Ω_k oznacza keplerowską prędkość kątowną. Po lewej stronie równania użyliśmy małej litery r w mianowniku, ponieważ rozpatrujemy dysk wirujący w płaszczyźnie równikowej, w której zachodzi $r = R$. Tak więc keplerowska prędkość kątowna dana jest wzorem

$$\Omega_k = \sqrt{\frac{GM}{r^3}},$$

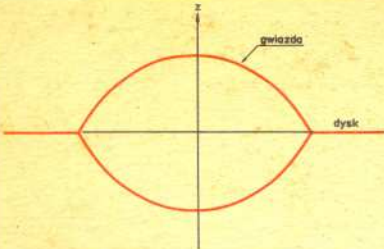
zaś keplerowską prędkość rotacji obliczymy jako

$$(2) \quad v_k = \Omega_k r = \sqrt{\frac{GM}{r}}.$$

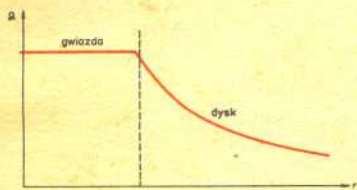
Przekrój poprzeczny sztywno wirującej gwiazdy i cienkiego keplerowskiego dysku przedstawiony jest na rysunku 2. Na rysunku 3 przedstawiona jest prędkość kątowna, zaś na rysunku 4 prędkość rotacji jako funkcja odległości od osi obrotu dla obiektu przedstawionego na rysunku 2. Jeżeli za spłaszczenie gwiazdy z dyskiem uważać stosunek promienia biegunowego gwiazdy do zewnętrznego promienia dysku, to oczywiście spłaszczenie to może być dowolnie silne. Powinniśmy tylko pamiętać, że masa dysku musi być zaniedbywalnie mała, tak aby potencjał grawitacyjny wyrażał się prostym wzorem: GM/R .

W ogólności mogą istnieć obiekty znacznie bardziej skomplikowane. Na przykład gwiazda (lub planeta) może wirować niezbyt szybko, zaś dysk nie musi swym brzegiem wewnętrznym sięgać aż do równika gwiazdy (lub planety). Najlepiej znanym obiektem tego typu jest Saturn wraz ze swymi pierścieniami widocznymi nawet przez niewielki amatorski teleskop. Tak zwane pierścienie są właściwie bardzo cienkim dyskiem złożonym z drobnych kamieni lub bryłek lodu. Średnica dysku wynosi ponad ćwierć miliona kilometrów, zaś grubość zapewne nie przekracza kilkudziesięciu metrów. Dysk składa się z kilku części przedzielonych niewielkimi przerwami. Najbardziej znana z nich to przerwa Cassiniego. Cały obiekt w przekroju przedstawiony jest na rysunku 5. Rysunek 6 przedstawia zależność prędkości kątownej i prędkości rotacji od odległości od osi obrotu dla Saturna i jego pierścieni.

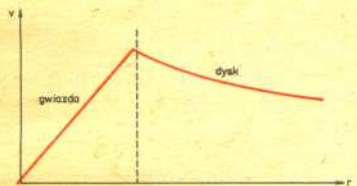
Wiele gwiazd jest także otoczonych dyskami. Dotyczy to zwłaszcza gwiazd podwójnych, w których jeden składnik ma bardzo małe rozmiary, drugi jest bardzo duży, zaś masy obu składników są mniej więcej takie same. Materia jest wyrwana z gwiazdy olbrzyma przez siły przyływowe wywołane przez gwiazdę-kałwę. Materia ta nie może spaść wprost na kałwę, gdyż ma zbyt duży moment pędu. W rezultacie gaz wyrwany z olbrzyma tworzy dysk wirujący wokół kałwy. Cały obiekt przedstawiony jest w przekroju na rysunku 7. W wielu gwiazdach podwójnych dysk świeci jaśniej niż obie gwiazdy. Tak więc sam dysk też przypomina gwiazdę, lecz w dobrym przybliżeniu jest ona płaska. Większość zwykłych, kulistych gwiazd świeci dzięki reakcjom termojądrowym zachodzącym w ich wnętrzu. Natomiast dysk gazowy świeci dzięki temu, że różne jego części wirują z różną prędkością i trą o siebie. Tarcie to prowadzi do wydzielania dużej ilości ciepła, które jest następnie wypromieniowane. Z drugiej strony tarcie prowadzi do transportu momentu pędu z wewnętrznych, szybciej wirujących części dysku, na zewnątrz. Dzięki temu materia stopniowo traci moment pędu i porusza się niezupełnie po orbicie kołowej, lecz raczej po bardzo



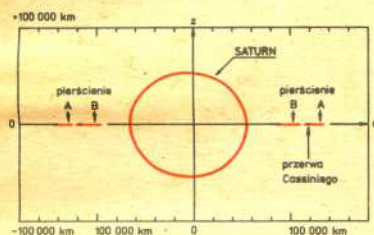
Rys. 2 Przekrój przez szybko wirującą gwiazdę z dyskiem



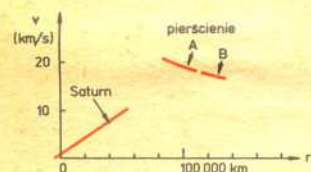
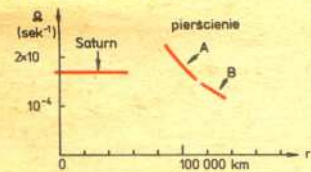
Rys. 3 Zależność prędkości kątownej od odległości od osi rotacji dla gwiazdy z dyskiem



Rys. 4 Zależność prędkości rotacji od odległości od osi rotacji dla gwiazdy z dyskiem. Zachodzi równość $v = \Omega r$.



Rys. 5 Przekrój przez Saturna z pierścieniami.



Rys. 6 Zależność prędkości kątownej i prędkości rotacji od odległości od osi rotacji dla Saturna i jego pierścieni.



Rys. 7 Przekrój przez ciasny układ podwójny złożony z gwiazdy karła i gwiazdy olbrzyma. Struga gazu wyrwana przez siły przyływowe płynie do dysku wirującego wokół karła.



Rozwiązanie zadania M 217. Przedstawmy każdą z 1001 liczb n_1, \dots, n_{1001} w postaci $2^{k_i} \cdot l_i$ gdzie l_i jest liczbą nieparzystą. Ponieważ liczb nieparzystych mniejszych od 2000 jest tylko tysiąc, więc dla pewnej pary n_i, n_j będzie $l_i = l_j$, skąd wynika, że większa z liczb n_i, n_j dzieli się przez mniejszą.



gęstej spirali, powoli zbliżając się do gwiazdy centralnej. Tymczasem moment pędu po przekazaniu do najbardziej zewnętrznych części dysku jest stamtąd odbierany przez siły przyływowe i przekazywany do ruchu orbitalnego dwu gwiazd. Tak więc przepływowi materii z gwiazdy olbrzyma do karła nie towarzyszy prawie żaden przekaz momentu pędu, natomiast w ostatecznym bilansie energetycznym dysk promieniuje dzięki wydzieleniu dużej ilości energii grawitacyjnej materii, która stopniowo osiada na gwiazdzie-karle. Oceńmy ilość energii, która wydzieli się w dysku. W tym celu obliczmy tak zwaną energię wiązania grawitacyjnego cząstki o masie m , krążącej po keplerowskiej orbicie kołowej wokół gwiazdy o masie M . Energia ta równa jest algebraicznej sumie grawitacyjnej energii potencjalnej i energii kinetycznej, a więc wyraża się wzorem

$$E_w = -\frac{GM}{r}m + \frac{1}{2}mv_k^2.$$

Jeżeli wykorzystamy wzór (2) wiążący prędkość keplerowską z promieniem orbity kołowej, to wzór na energię wiązania będziemy mogli zapisać w prostszej postaci:

$$E_w = -\frac{GM}{2r}m.$$

Oczywiście, interesują nas jedynie orbity leżące w płaszczyźnie równikowej, toteż mamy równość $r = R$. Cząstka, która stopniowo przepływa od zewnętrznego brzegu dysku o promieniu R_z do brzegu wewnętrznego o promieniu R_w może przekazać na rzecz promieniowania energię równą różnicy energii wiązania na dwu brzegach. Zazwyczaj mamy spełnioną silną nierówność $R_w \ll R_z$, zatem różnicę energii wiązania możemy obliczyć ze wzoru

$$\Delta E_w = \frac{GM}{2R_w}m - \frac{GM}{2R_z}m \approx \frac{GM}{2R_w}m.$$

Jasność dysku jest to ilość energii wypromieniowana w jednostce czasu Δt . Oznaczając jasność dysku przez L_d mamy zależność

$$(3) \quad L_d = \frac{\Delta E_w}{\Delta t} \approx \frac{GM}{2R_w} \frac{\Delta M}{\Delta t},$$

gdzie ΔM jest ilością masy przepływającej przez dysk i osiadającej na gwiazdzie w czasie Δt . Proces przepływu materii przez dysk nazywamy akrecją. Ze wzoru (3) wynika, że jasność dysku jest wprost proporcjonalna do tempa akrecji, $\Delta M/\Delta t$, i do energii wiązania jednostki masy na wewnętrznym brzegu dysku. Im większa masa i im mniejszy promień gwiazdy centralnej, tym większa wydajność zamiany strumienia masy na strumień promieniowania.

Czy istnieje minimalny rozmiar ciała o zadanej masie M ? Ogólna teoria względności mówi, że tak. Jest to tak zwany promień grawitacyjny ciała dany wzorem

$$R_g = \frac{2GM}{c^2},$$

gdzie $c = 3 \times 10^{10} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ jest prędkością światła. Dla Słońca, którego masa jest równa $1,989 \times 10^{33} \text{ g}$, promień grawitacyjny wynosi niespełna trzy kilometry, dokładniej $2,95 \times 10^5 \text{ cm}$. Obiekt o promieniu równym swemu promieniowi grawitacyjnemu nazywamy czarną dziurą. Dowolne cząstki lub promieniowanie mogą tylko wpadać do czarnej dziury lecz nie mogą wydostać się z niej na zewnątrz. Tak więc masa czarnej dziury może rosnąć w wyniku akrecji, lecz nie może maleć. W pobliżu czarnej dziury natężenie pola grawitacyjnego rośnie bardzo szybko. Przestrzeń ulega silnemu zakrzywieniu. Tory cząstek można badać przy pomocy dość skomplikowanego aparatu matematycznego ogólnej teorii względności, lecz analiza ta nie nadaje się raczej do przedstawienia na łamach Deltę. Na szczęście okazuje się, że całkiem niezłe przybliżenie daje bardzo uproszczony model pola grawitacyjnego czarnej dziury, polegający na tym, że zapiszemy potencjał grawitacyjny w postaci

$$V = \frac{GM}{R - R_g}.$$

a przyspieszenie grawitacyjne będzie dane przez gradient potencjału, a więc w postaci

$$g_R = \frac{dV}{dR} = -\frac{GM}{(R - R_g)^2}.$$

W ramach tego przybliżenia będziemy analizować ruch cząstki po orbicie kołowej, zupełnie ignorując efekty zarówno szczególnej jak i ogólnej teorii względności. Mimo to tak przybliżony opis jest zaskakująco dobry nie tylko jakościowo, lecz nawet ilościowo. Po prostu w pobliżu tak zwanej czarnej dziury Schwarzschilda dominujący wpływ na ruch cząstek ma silnie rosnący potencjał grawitacyjny, zaś inne efekty są mniej ważne, przynajmniej ilościowo.



Rozwiązanie zadania M 218. Wiemy (algorytm Euklidesa), że $\text{NWD}(a, b) = \text{NWD}(b, r)$, gdy $a = bc + r$. Wobec tego $\text{NWD}(a_{n+1}, a_n) = \text{NWD}(1980a_n + a_{n-1}, a_n) = \text{NWD}(a_n, a_{n-1})$ i dalej, indukcyjnie $\text{NWD}(a_{n+1}, a_n) = \text{NWD}(a_2, a_1) = 1$, co było do okazania.

Prędkość kątową cząstki poruszającej się po kole w płaszczyźnie równikowej obliczymy przyrównując przyspieszenie odśrodkowe i przyspieszenie grawitacyjne:

$$\Omega_K^2 r = \frac{GM}{(r-R_g)^2}, \text{ otrzymamy więc } \Omega_K = \sqrt{\frac{GM}{r(r-R_g)^2}} = \sqrt{\frac{GM}{r^3}} \left(\frac{r}{r-R_g} \right).$$

Prędkość rotacji otrzymamy natychmiast jako

$$(4) \quad v_K = \Omega_K r = \sqrt{\frac{GM}{r}} \left(\frac{r}{r-R_g} \right).$$

Oczywiście powinniśmy pamiętać, że dla orbit w płaszczyźnie równikowej zachodzi równość $r = R$.

Obliczymy teraz energię wiązania cząstki o masie m poruszającej się po keplerowskiej orbicie kołowej wokół czarnej dziury. Podobnie jak w poprzednim przypadku energia wiązania będzie sumą energii potencjalnej i kinetycznej,

$$E_w = -\frac{GM}{r-R_g} m + \frac{1}{2} m v_K^2.$$

Wykorzystując wzór (4) możemy zapisać energię wiązania w postaci

$$(5) \quad E_w = -\frac{GM}{2(r-R_g)} m \left(\frac{r-2R_g}{r-R_g} \right).$$

Dla bardzo dużych wartości promienia r wzór na energię wiązania jest w przybliżeniu taki jak poprzednio, to znaczy $E_w = -0,5 GMm/r$. Natomiast dla niedużych wartości r energia wiązania może nawet stać się dodatnią! Widać to dobrze na wykresie przedstawionym na rysunku 8. Jak widać najmniejsza wartość energii wiązania osiągnięta jest dla $r = 3R_g$, i wynosi ona $-mc^2/16$. Można wykazać, że orbity cząstek o promieniu mniejszym od $3R_g$ są niestabilne, to znaczy cząstki takie bardzo szybko wpadają do czarnej dziury. Natomiast orbity o promieniu większym od $3R_g$ są stabilne. Oznacza to, że dysk gazowy może wirować wokół czarnej dziury w obszarze stabilnych orbit, zaś jego brzeg wewnętrzny jest kołem o promieniu równym $3R_g$. W wyniku tarcia w dysku następować będzie akrecja materii. Gaz będzie wirować wokół czarnej dziury i powoli zbliżać się do wewnętrznego brzegu dysku. Następnie będzie swobodnie „wlewać się” do czarnej dziury. Dysk taki może świecić niezwykle jasno. Ze wzorów (3) i (5) wynika, że

$$L_d = \frac{c^2}{16} \frac{\Delta M}{\Delta t}.$$

Oznacza to, że podczas akrecji gaz wyświeci całą swą energię wiązania odpowiadającą orbicie o promieniu $3R_g$. W przeliczeniu na jednostkę masy gazu energii tej jest dziesięciokrotnie więcej niż mogłoby się wydzielić w najwydajniejszych reakcjach termojądrowych! Co więcej, „paliwem” może być zupełnie dowolny gaz. Aby zdać sobie sprawę z energetycznej wydajności dysku akrecyjnego wokół czarnej dziury dokonajmy prostego obliczenia. Aby dysk świecił tak jasno jak Słońce, to znaczy aby wypromieniowywał $4 \times 10^{33} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$, musi przez dysk przepływać strumień materii o masie

$$\frac{\Delta M}{\Delta t} = L_{\text{Słońca}} \frac{16}{c^2} = \frac{4 \times 10^{33} \times 16}{9 \times 10^{20}} \approx 7 \times 10^{13} \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}.$$

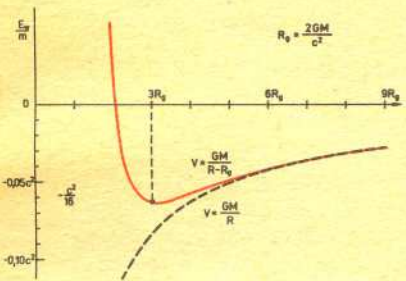
Masa Słońca wynosi około $2 \times 10^{33} \text{ g}$. Masy tej starczyłoby na zapewnienie słonecznej jasności dysku przez czas równy

$$\Delta t = M_{\text{Słońca}} \frac{\Delta M}{\Delta t} = \frac{2 \times 10^{33}}{7 \times 10^{13}} \text{ s} \approx 10^{12} \text{ lat}.$$

Jeżeli tempo akrecji masy, $\Delta M/\Delta t$, jest niezbyt duże, to dysk jest zupełnie cienki, jak to schematycznie ukazuje rysunek 9. Obiekt taki wygląda jak płaska gwiazda z dziurą w środku. Jeżeli jednak tempo akrecji jest bardzo duże, to dysk świeci tak jasno, że ciśnienie promieniowania wzdyma go. Dysk staje się gruby, nie jest już wcale płaski, lecz oczywiście ma w samym środku czarną dziurę, jak to widać na rysunku 10. Wzdłuż osi rotacji, po obu stronach dziury, tworzą się lejki przypominające wiry w wannie, z której szybko spływa woda. Przyczyna powstania wirów jest w obu wypadkach podobna; w obu wypadkach ciecz czy gaz wlewa się do dziury. Można wykazać, że z grubego dysku promieniowanie ucieka głównie przez powierzchnię obu lejków, które świecą jak dwa reflektory.

Skoro dyski akrecyjne wokół czarnych dziur mogą wykorzystywać dowolne gazowe „paliwo” z niezwykle dużą wydajnością, to nic dziwnego, że astronomowie podejrzewają istnienie tych egzotycznych obiektów wszędzie, gdzie coś świeci bardzo jasno.

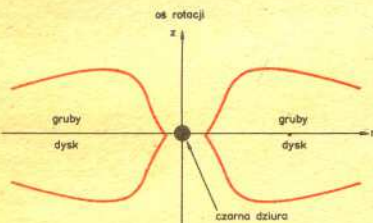
Najjaśniejszymi znanymi nam obiektami we Wszechświecie są kwazary, jądra dalekich galaktyk. Obserwacje mówią, że kwazary są stokrotnie jaśniejsze od najjaśniejszych galaktyk, 10^{13} razy jaśniejsze od Słońca. Tymczasem ich rozmiary są niewiele większe od naszego Układu Słonecznego, zaś masy są prawdopodobnie miliard razy większe od słonecznej. Oczywiście astronomowie przypuszczają, że kwazary są to jasne dyski wirujące wokół czarnych dziur o ogromnej masie. Jeżeli przypuszczenie to zostanie udowodnione, to kwazary będzie można nazywać gwiazdami z dziurą.



Rys. 8 Energia wiązania na jednostkę masy cząstki, E_w/m . Linia ciągła podaje energię wiązania dla cząstki krążącej po kole w potencjale $GM/(r-R_g)$. Linia przerywana odpowiada potencjałowi GM/r .



Rys. 9 Przekrój przez czarną dziurę z cienkim dyskiem. Wewnętrzny brzeg dysku ma promień trzykrotnie większy od promienia czarnej dziury, R_g .



Rys. 10 Przekrój przez czarną dziurę z grubym dyskiem. Dysk jest rozdęty przez ciśnienie promieniowania wynikające z dużego tempa akrecji. Promień wewnętrznego brzegu dysku zawarty jest pomiędzy $2R_g$ i $3R_g$.