Niespodzianki zaczną się, gdy będziemy oglądać transformacje czasoprzestrzenne, które mają postać

$$T(x_1, x_2, x_3, t) = \begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + b_1 t \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + b_2 t \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + b_3 t \\ c_1 x_1 \; + c_2 x_2 \; + c_3 x_3 \; + dt \end{bmatrix}$$

lub krócej

$$T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 & d \end{bmatrix}$$

lub jeszcze krócej, symbolicznie

$$T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & d \end{bmatrix},$$

gdzie znaczenia A, B, C i d łatwo się domyślić.
Można mianowicie wykazać, że T jest postaci $d \cdot T'$, gdzie d jest tylko wspólną zamianą jednostek miary czasu i odległości, a $T' = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & d \end{bmatrix}$, przy czym $|B'|_p \leqslant 1$, $|C'|_p < 1$, a gdy $|x'|_p = 1$, to $|A'X + B'|_p = 1$. Drogą prostych rachunków można stąd wyprowadzić nieco zaskakujące wnioski: otóż p-adyczne transformacje Lorentza zachowują odległości przestrzenne i odstępy czasu! Inaczej: p-adyczna „mechanika relatywistyczna" jest zwykłą mechaniką „galileuszowską". I jeszcze coś: jeżeli $|B'|_p = 1$, to mamy transformację układów poruszających się względem siebie z prędkością 1 — czyli prędkością światła. Możemy zatem obserwować sobie p-adyczny świat z punktu widzenia fotonu!

Mam nadzieję, że bezsensowność takich wniosków pogłębiła u Czytelników przekonanie o całkowitej niesłuszności pomysłu zajmowania się tak dziwnymi tworami jak p-adyczna teoria względności.

Gdy w chwili t_0' obserwujemy dwa punkty X_1', X_2', obserwowane w innym układzie współrzędnych jako X_1 i X_2, mamy:

$$X_2' = AX_1 + Bt_1, \quad X_2' = AX_2 + Bt_2,$$
$$CX_1 + dt_1 = t_0' = CX_2 + dt_2,$$

skąd

$$X_2' - X_1' = A(X_2 - X_1) + B(t_2 - t_1) =$$
$$= A(X_2 - X_1) + \frac{1}{2} B \times C(X_2 - X_1) =$$
$$= d(A_1(X_2 - X_1) + B_1 \times C_1(X_2 - X_1)).$$

Ale $|B_1|_p < 1$, $|C_1|_p < 1$ (ponieważ T jest właściwą transformacją Lorentza, czyli prędkość względna jest mniejsza od 1), natomiast A_1 jest obrotem, więc

$$|X_2' - X_1'|_p = |d|_p |A_1(X_2 - X_1) + B_1 \times C_1(X_2 - X_1)|_p = |d|_p |A_1(X_2 - X_1)|_p =$$
$$= |d|_p |X_2 - X_1|_p$$

gdy nie zmieniamy jednostki miary ($d = 1$)

$$|X_2' - X_1'|_p = |X_2 - X_1|_p.$$

Gdy teraz $t = t_2 - t_1$ jest odstępem czasu między dwoma zdarzeniami w miejscu x w przestrzeni a t_2' i t_1' będą chwilami obserwacji tych zdarzeń w nowym układzie, to

$$t_2' - t_1' = CX_0 + dt_2 - (CX_0 + dt_1) = d(t_2 - t_1)$$

i wobec tego $|t_2' - t_1'|_p = |t_2 - t_1|_p$.
A wszystko to wynika oczywiście z mocnego warunku addytywności

$$|a+b|_p = \max(|a|_p, |b|_p)!$$

Zadania

Redaguje mgr Krzysztof NOWIŃSKI

M 211. Niech m będzie ustaloną liczbą naturalną, różną od 1. Wykazać, że nie istnieje wielomian p, przyjmujący dla każdej liczby naturalnej n wartość $p(n) = \text{NWW}(m, n)$.
Rozwiązanie na str. 3

M 212. Wykazać, że stopień wielomianu p takiego, że $p(k) = 2^k$ dla $k = 0, 1, 2, \ldots, n$, nie może być mniejszy niż n.
Rozwiązanie na str. 2

M 213. Znaleźć wszystkie funkcje $f: N \times N \to N$ (N oznacza zbiór liczb naturalnych) spełniające następujące warunki 1–3:
(1) $f(x, x) = x$,
(2) $xf(x+y, y) = (x+y)f(x, y)$,
(3) $f(x, y) = f(y, x)$.
Rozwiązanie na str. 2

Redaguje dr Halina ABRAMOWICZ

F 71. Gwiazdę otacza sferyczny obłok pyłu. Pył pochłania docierające do niego promieniowanie gwiazdy i, praktycznie natychmiast, wysyła we wszystkich kierunkach promieniowanie wtórne (świeci). Z Ziemi obserwuje się rozbłysk gwiazdy znajdującej się w środku obłoku. Jaką prędkość rozszerzania się krążka świetlnego zobaczy astronom na Ziemi? Przyjmujemy, że gwiazda znajduje się w odległości znacznie większej od promienia obłoku.
Rozwiązanie na str. 10